



Escola de Engenharia
Universidade do Minho

Departamento de
Electrónica Industrial

Controlo Digital

Lógica *Fuzzy*



Programa



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- Introdução
- Conceitos básicos e terminologia
- Operações com conjuntos fuzzy
 - Intersecção e reunião fuzzy
 - Parameterização T-norm e T-conorm
- Sistema de inferência fuzzy
 - Fuzzificação
 - Inferência Fuzzy
 - Desfuzzificação
- Inferência do Sugeno
- Tipos de controladores
- Considerações sobre o projecto de um controlador fuzzy
 - Ferramentas de desenvolvimento
- Exemplos de aplicações
- Vantagens e desvantagens da Fuzzy



**Escola de Engenharia
Universidade do Minho**

Departamento de
Electrónica Industrial

Introdução



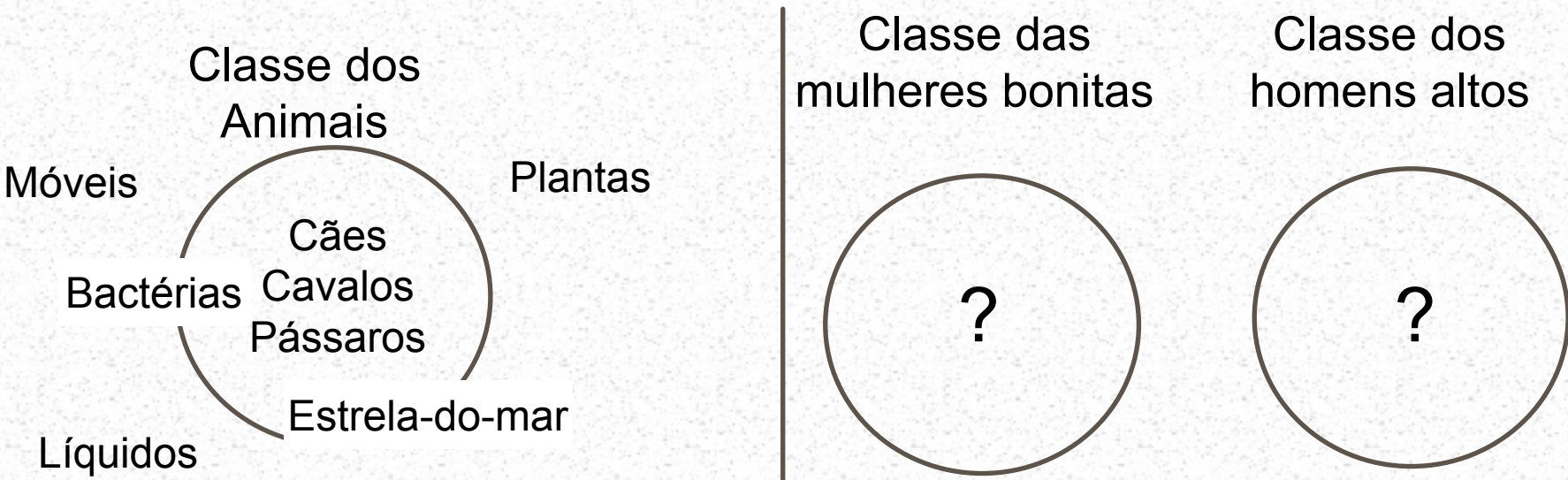
História, Estado da Arte e Futuro Desenvolvimento



Hoje, a lógica fuzzy tornou-se já uma técnica a ter em consideração no controlo de sistemas com múltiplas variáveis!

- 1965** Seminal paper “Fuzzy Logic” pelo Prof. Lotfi Zadeh, U.C. Berkeley. Estabelece os fundamentos da teoria dos conjuntos Fuzzy.
- 1970** Primeira aplicação de lógica fuzzy em engenharia de controlo (Europa).
- 1975** Introdução da lógica fuzzy no Japão.
- 1980** Validação empírica da lógica fuzzy na Europa.
- 1985** Difusão de aplicações de lógica fuzzy no Japão.
- 1990** Difusão de aplicações de lógica fuzzy na Europa.
- 1995** Difusão de aplicações de lógica fuzzy nos USA
- 2000** A lógica fuzzy torna-se uma tecnologia *standard*, sendo aplicada quer na análise de dados e processamento sinal quer em análises financeiras.

- A lógica fuzzy foi introduzida por Zadeh nos anos 60 como meio de modelar as incertezas e imprecisões da linguagem natural.



Este tipo de classes não se pode caracterizar através do senso matemático usual. Podem ser caracterizadas através da lógica fuzzy.



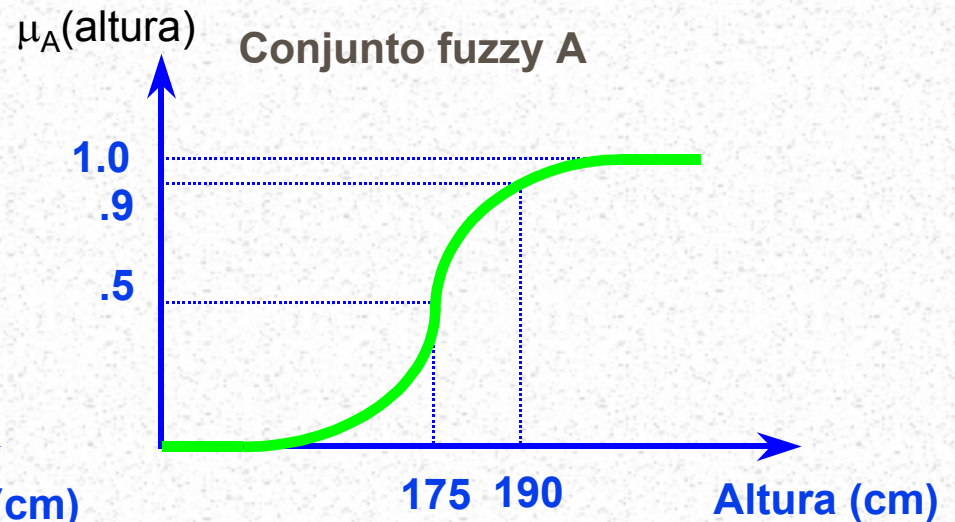
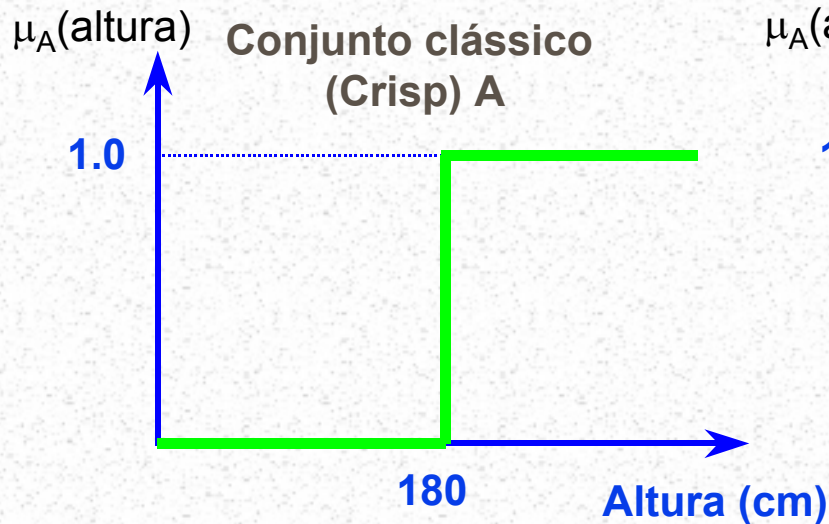
➤ O que é então a lógica fuzzy?

Lógica Convencional : Gere 2 níveis de verdade - **lógica bivalor** ou
3 níveis de verdade - **lógica trivalor**.

Lógica Fuzzy : Gere o conceito de parcialmente verdade (com um número infinito de níveis de verdade) - **lógica multi-valor**.

*A lógica fuzzy é um superconjunto da
lógica convencional*

A = “Conjunto dos homens altos”





Escola de Engenharia
Universidade do Minho

Departamento de
Electrónica Industrial

Conceitos Básicos e Terminologia

- **Def 1:** Conjuntos fuzzy e funções pertença (MF-*membership function*).

Se X é uma colecção de objectos designados genericamente por x , então o conjunto fuzzy A de X é definido como um conjunto de pares ordenados:

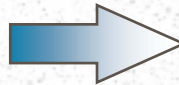
$$A = \{(x, \underbrace{\mu_A(x)}_{\substack{\text{Função} \\ \text{pertença - (MF)} \\ (0 \dots 1)}}) \mid x \in X\}$$

Conjunto Fuzzy

Universo do discurso

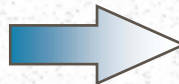
Um conjunto fuzzy A pode ser alternativamente representado da seguinte forma:

X é discreto



$$A = \sum_{x_i \in X} \mu_A(x_i) / x_i$$

X é contínuo



$$A = \int_X \mu_A(x) / x$$



Conjuntos fuzzy com Universos Discretos



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

Conjunto fuzzy C = “Cidade mais desejável para viver”

$X = \{\text{Braga, Porto, Lisboa}\}$ (discreto e não ordenado)

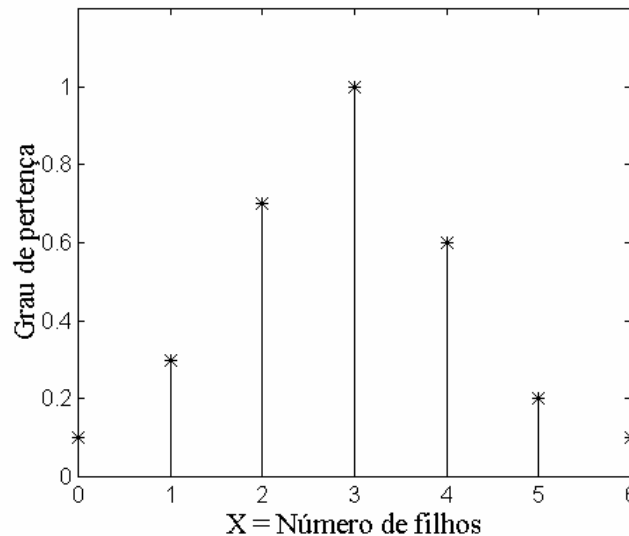
$C = \{(\text{Braga}, 0.9), (\text{Porto}, 0.8), (\text{Lisboa}, 0.6)\}$

Conjunto Fuzzy A = “Número de filhos”

$X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (Universo discreto)

$A = \{(0, .1), (1, .3), (2, .7), (3, 1), (4, .6), (5, .2), (6, .1)\}$

(a) MF num Universo Discreto





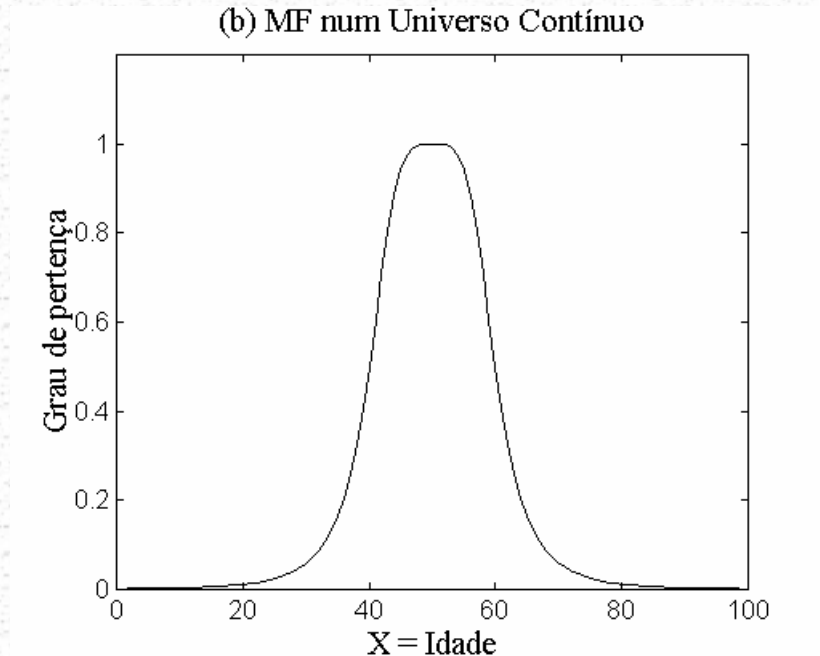
Conjuntos fuzzy com Universos Contínuos

Conjunto fuzzy B = “aproximadamente 50 anos de idade”

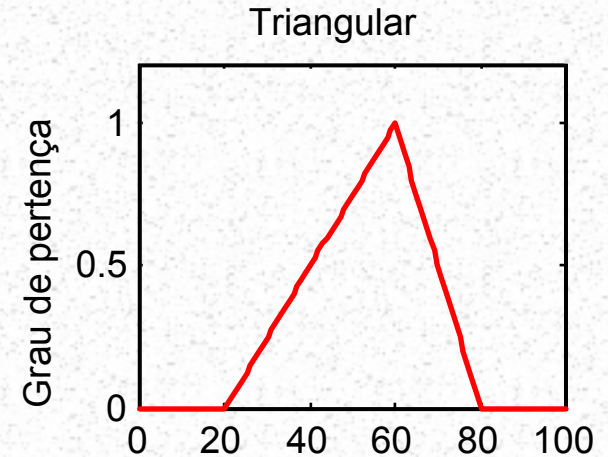
X = Conjunto dos números reais positivos (contínuo)

B = $\{(x, \mu_B(x)) \mid x \text{ in } X\}$

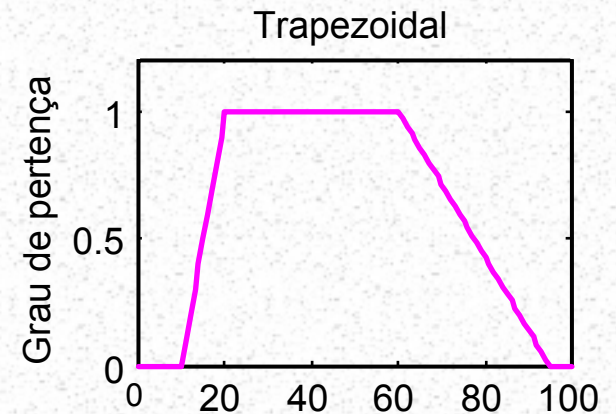
$$\mu_B(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x - 50}{10}\right)^2}$$



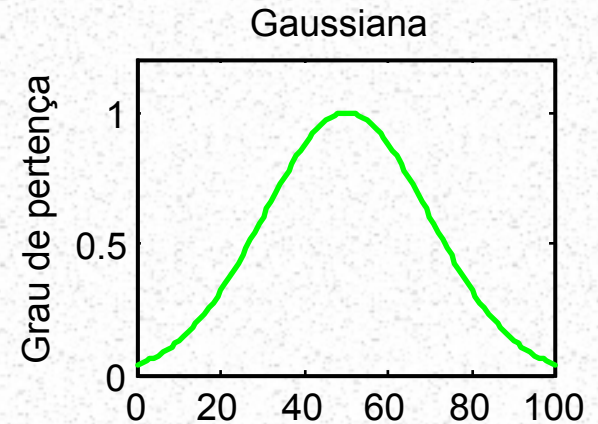
$$\text{Triângulo}(x; a, b, c) = \begin{cases} 0 & x \leq a. \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b. \\ \frac{c-x}{c-b} & b \leq x \leq c \\ 0 & c \leq x \end{cases}$$



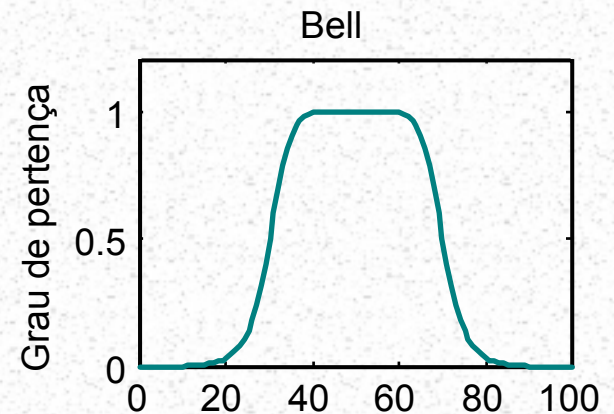
$$\text{Trapezóide}(x; a, b, c, d) = \begin{cases} 0 & x \leq a. \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b. \\ 1 & b \leq x \leq c. \\ \frac{d-x}{d-c} & c \leq x \leq d. \\ 0 & d \leq x. \end{cases}$$



$$\text{Gaussiana}(x; c, \sigma) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^2}$$



$$\text{bell}(x; a, b, c) = \frac{1}{1 + \left|\frac{x-c}{a}\right|^{2b}}$$





Definições



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

➤ Def 2: Suporte

O suporte de um conjunto fuzzy A é o conjunto de todos os pontos $x \in X$ para os quais $\mu_A(x) > 0$:

$$\text{Suporte}(A) = \{x \mid \mu_A(x) > 0\}$$

➤ Def 3: Núcleo

O núcleo de um conjunto fuzzy A é o conjunto de todos os pontos $x \in X$ para os quais $\mu_A(x) = 1$:

$$\text{Núcleo}(A) = \{x \mid \mu_A(x) = 1\}$$



Definições



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

➤ Def 4: Normalidade

Um conjunto fuzzy A é normal se no seu núcleo existir pelo menos um ponto $x \in X$ para o qual $\mu_A(x) = 1$.

➤ Def 5: Pontos de *crossover*

Um ponto de *crossover* de um conjunto fuzzy A é o ponto $x \in X$ para o qual $\mu_A(x) = 0.5$.

$$\text{crossover}(A) = \{x \mid \mu_A(x) = 0.5\}$$



Definições

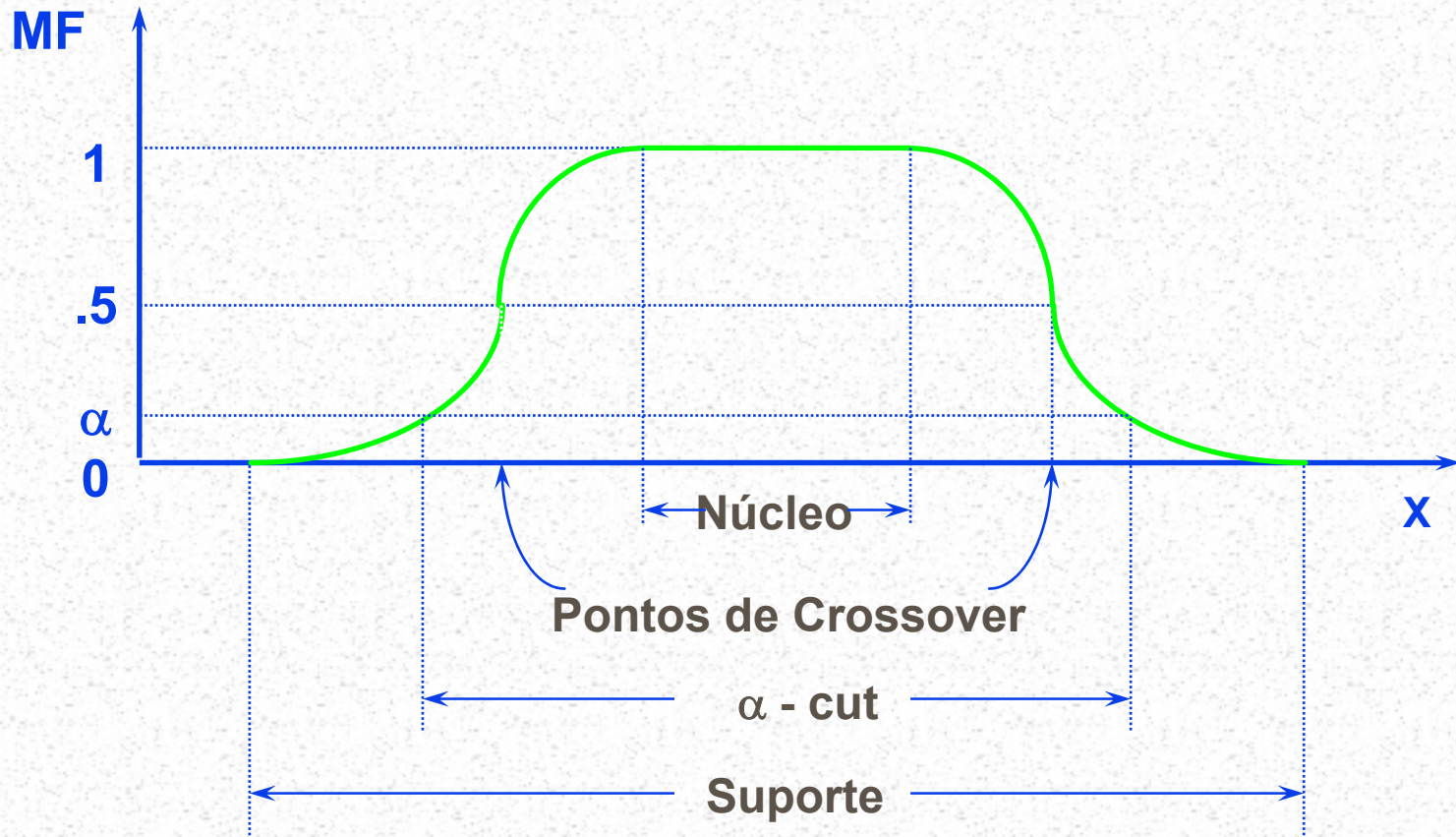


Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

■ Def 5: α -cut

O α -cut de um conjunto fuzzy A é um conjunto clássico definido por:

$$A_\alpha = \{x \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

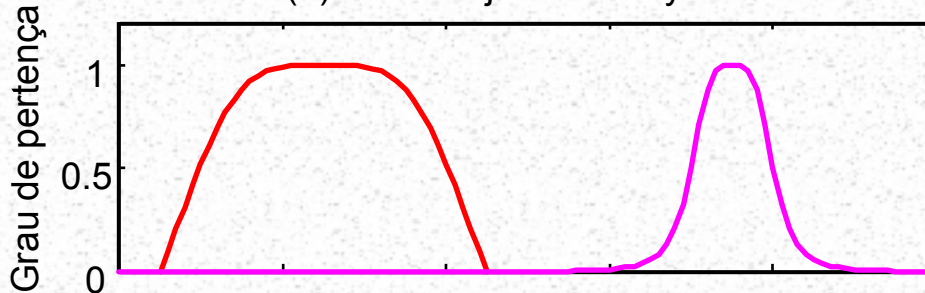


Um conjunto fuzzy **A** é convexo se para qualquer λ entre $[0, 1]$,

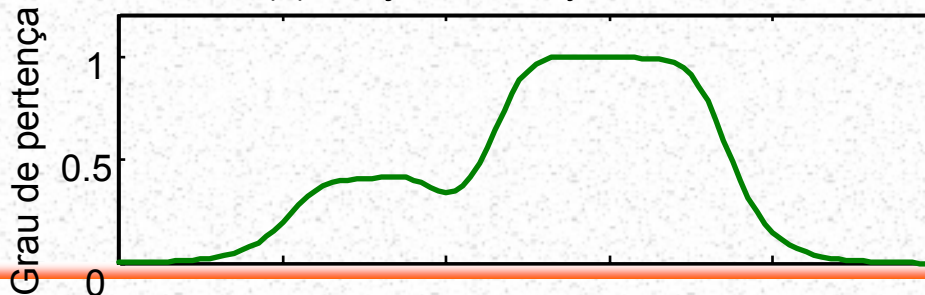
$$\mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda) x_2) \geq \min(\mu_A(x_1), \mu_A(x_2))$$

Alternativamente, **A** é convexo se todos os seus α -cuts são convexos.

(a) Dois conjuntos fuzzy convexos



(b) Conjuntos fuzzy não-convexos





Variáveis e valores linguísticos



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- **As variáveis linguísticas são expressões que caracterizam grandezas físicas e, cujo valor é especificado por proposições da linguagem natural ou artificial em detrimento de um valor numérico. Expressões como “jovem” e “muito-aberta” são designadas como valores linguísticos respectivamente das grandezas físicas “idade” e “abertura de uma válvula de aquecimento”.**

Concretizando:

Uma variável numérica toma valores numéricos:

$$\textit{Idade} = 65$$

Uma variável linguística toma valores linguísticos:

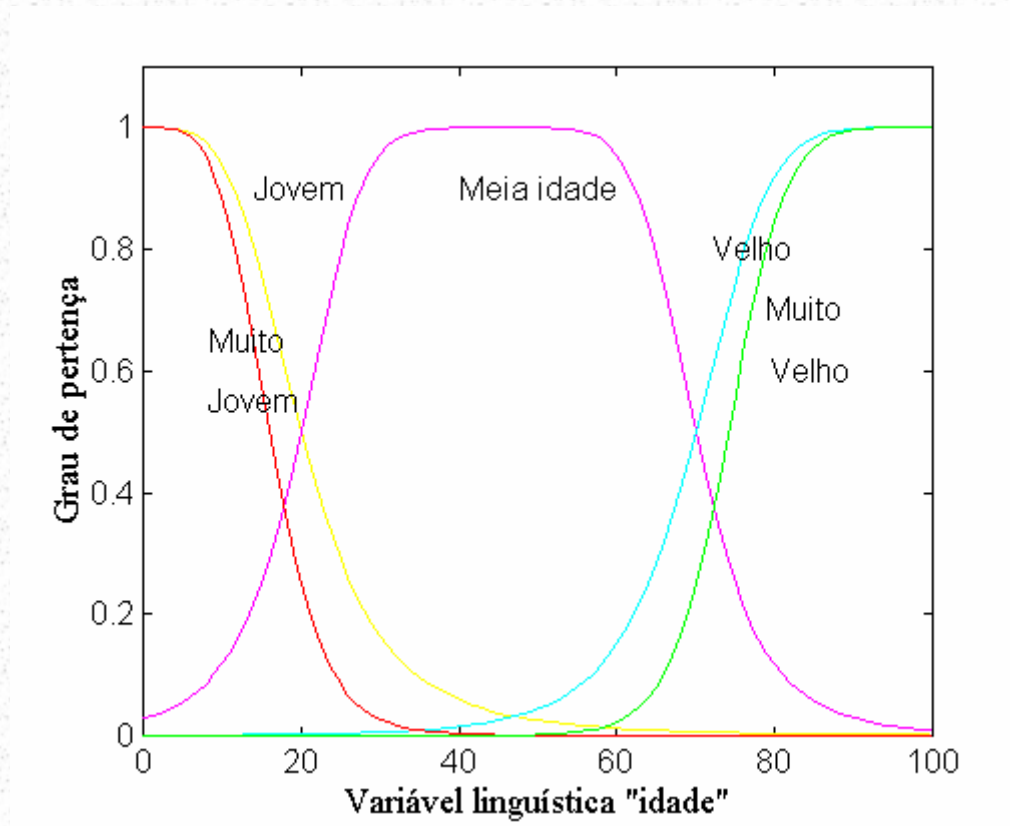
$$\textit{Idade é velha}$$

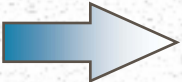
Os valores linguísticos são conjuntos fuzzy.

Todos os valores linguísticos forma um conjunto de termos:


$$T(\textit{idade}) = \{\textit{muito jovem, jovem, meia idade, ...} \\ \textit{Velho e muito velho, ...}\}$$

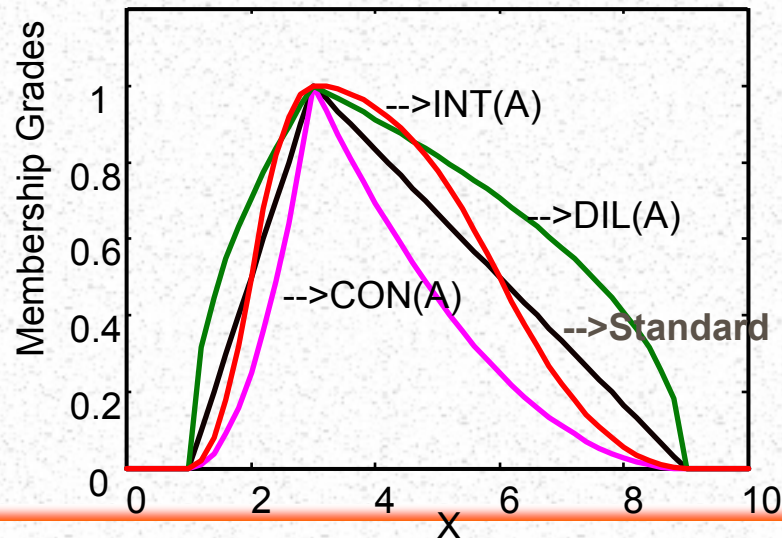
Variáveis e valores linguísticos



Concentração:  $CON(A) = A^2$

Dilatação:  $DIL(A) = A^{0.5}$

Intensificação do contraste:  $INT(A) = \begin{cases} 2A^2, & 0 \leq \mu_A(x) \leq 0.5 \\ -2(\neg A)^2, & 0.5 \leq \mu_A(x) \leq 1 \end{cases}$





Escola de Engenharia
Universidade do Minho

Departamento de
Electrónica Industrial

Operações com conjuntos fuzzy

➤ **Def 1:** Subconjunto.

O conjunto fuzzy A está contido no conjunto fuzzy B (ou A é um subconjunto de B) se e somente se $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ para todo e qualquer x .

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$$

➤ **Def 2:** União.

A união de dois conjuntos fuzzy A e B é um conjunto fuzzy C , expresso por $C = A \cup B$ ou $C = A$ OR B , onde a função de pertença relaciona A e B por:

$$C = A \cup B \Leftrightarrow \mu_C(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$$

➤ **Def 3:** Intersecção.

A intersecção de dois conjuntos fuzzy A e B é um conjunto fuzzy C , expresso por $C = A \cap B$ ou $C = A \text{ AND } B$, onde a função de pertença relaciona A e B por:

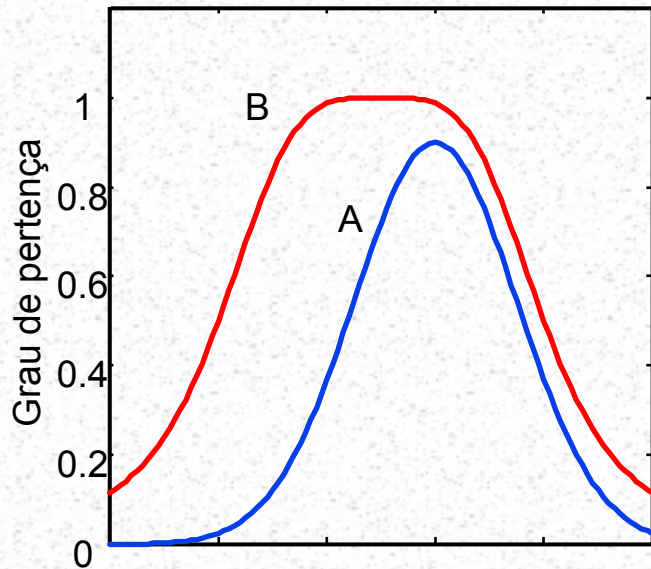
$$C = A \cap B \Leftrightarrow \mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)$$

➤ **Def 4:** Complemento.

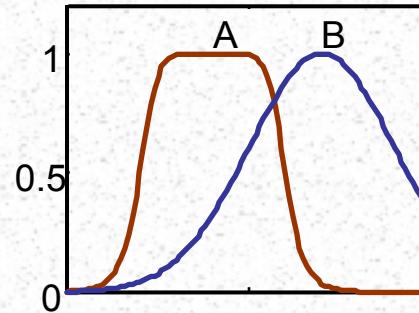
O complemento de um conjunto fuzzy A , designado por \bar{A} , é expresso por:

$$\bar{A} = X - A \Leftrightarrow \mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

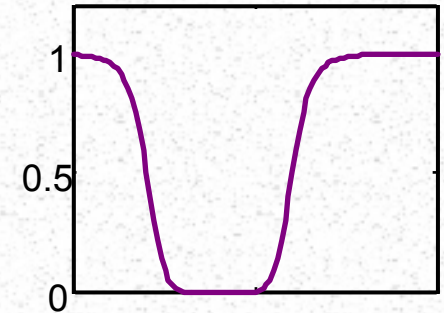
A Contido em B



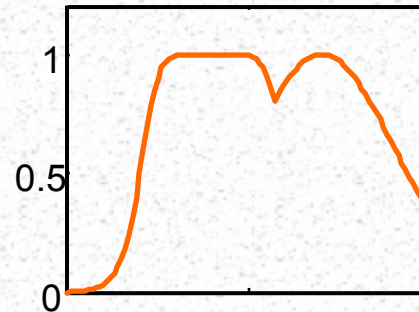
(a) Conjuntos fuzzy A e B



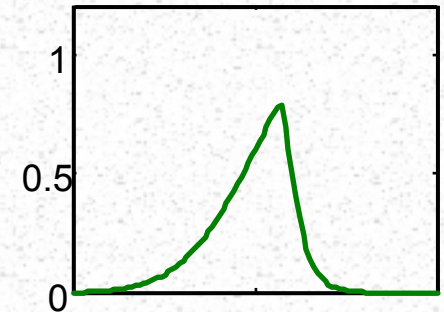
(b) Conjunto fuzzy "not A"



(c) Conjunto fuzzy "A OR B"



(d) Conjunto fuzzy "A AND B"

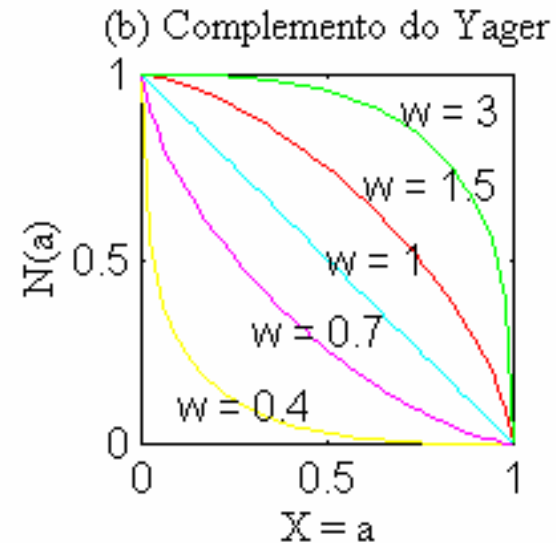
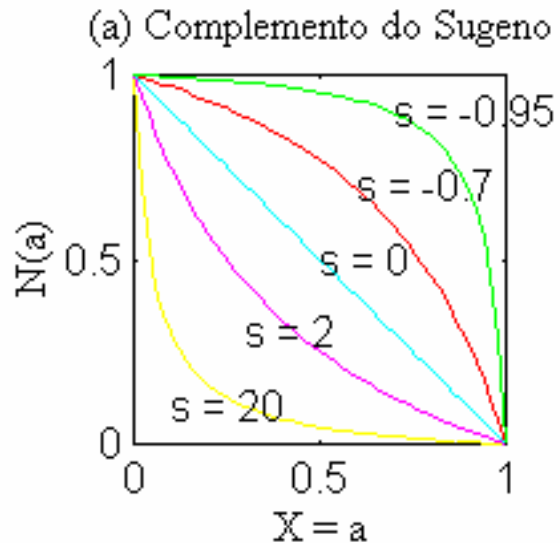


➤ Sugeno

$$N_s(a) = \frac{1-a}{1+sa} \quad S \text{ é um parâmetro maior que } -1$$

➤ Yager

$$N_w(a) = (1-a^w)^{\frac{1}{w}} \quad w \text{ é um parâmetro positivo}$$





Intersecção fuzzy: T-norm



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- A intersecção de dois conjuntos fuzzy A e B é geralmente especificada pela função $T: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$, a qual faz a agregação de dois graus de pertença da seguinte forma:

$$\mu_{A \cap B}(x) = T(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \otimes \mu_B(x)$$

onde \otimes é um operador binário para a função T . Esta classe de operadores de intersecção fuzzy são usualmente referidos como *T-norm (triangular-norm)*.



Intersecção fuzzy: T-norm



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

Propriedades básicas do operador *T-norm*:

- Limitada: $T(0, 0) = 0$, $T(a, 1) = T(1, a) = a$
- Monotonicidade: $T(a, b) < T(c, d)$ if $a < c$ and $b < d$
- Comutativa: $T(a, b) = T(b, a)$
- Associativa: $T(a, T(b, c)) = T(T(a, b), c)$



Operadores T-norm mais usados



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

Mínimo

$$T_{\min}(a, b) = \text{MIN}(a, b) = a \wedge b.$$

Produto Algébrico

$$T_{pa}(a, b) = ab.$$

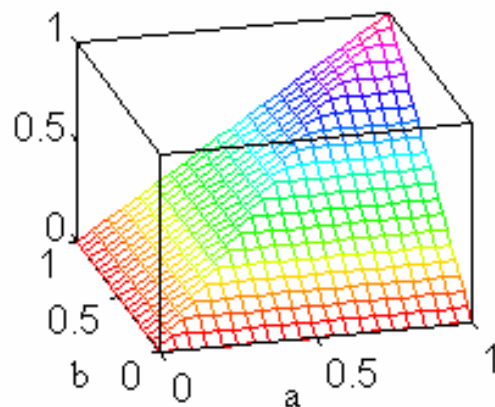
Produto Limitado (*Bounded product*) $T_{pl}(a, b) = 0 \vee (a + b - 1).$

Produto Drástico (*Drastic product*)

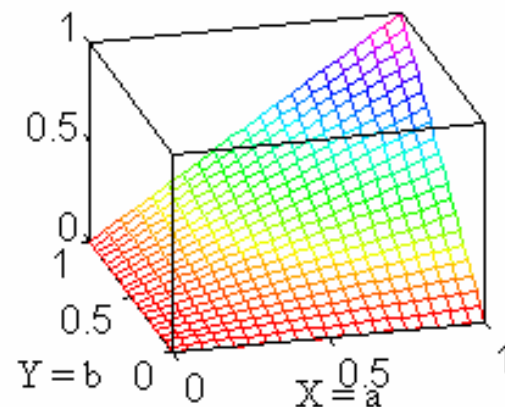
$$T_{pd}(a, b) = \begin{cases} a, & \text{se } b = 1 \\ b, & \text{se } a = 1 \\ 0, & \text{se } a, b < 1 \end{cases}$$

Operador T-norm

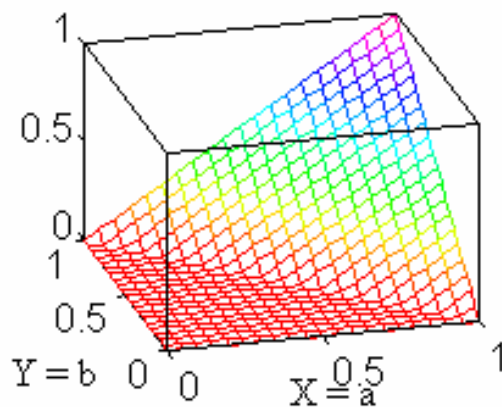
(a) Mínimo



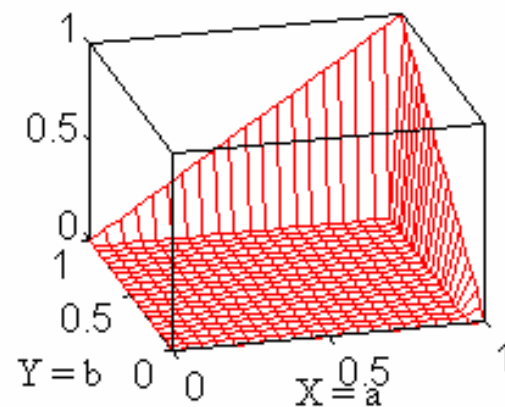
(b) Produto algébrico



(c) Produto limitado



(d) Produto drástico

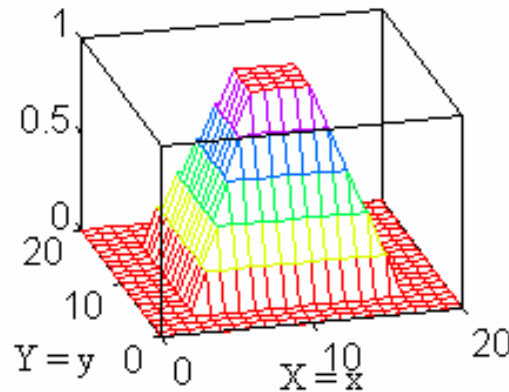


Operador T-norm

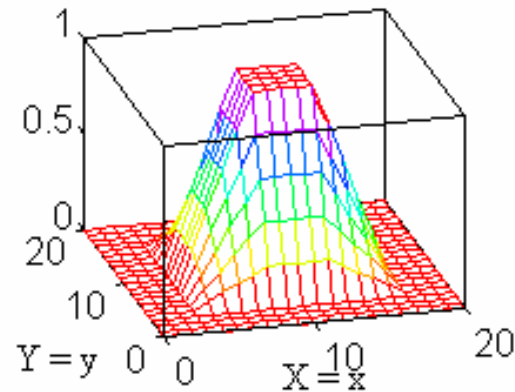
$a = \text{trapezóide } (x, 3, 8, 12, 17)$

$b = \text{trapezóide } (y, 3, 8, 12, 17)$

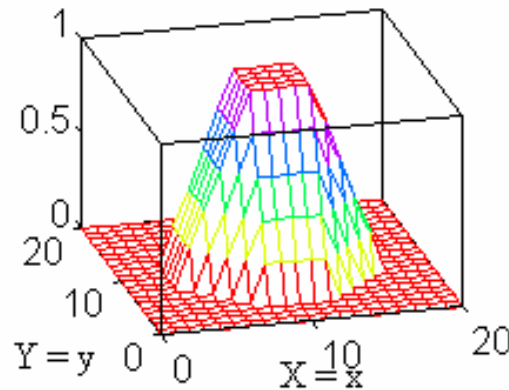
(a) Mínimo



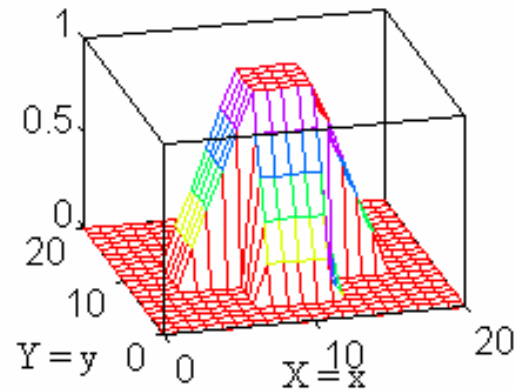
(b) Produto algébrico



(c) Produto limitado



(d) Produto drástico





União fuzzy: T-conorm ou S-norm



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- A união de dois conjuntos fuzzy A e B é geralmente especificada pela função $S: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$, a qual faz a agregação de dois graus de pertença da seguinte forma:

$$\mu_{A \cup B}(x) = S(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \oplus \mu_B(x)$$

onde \oplus é um operador binário para a função S . Esta classe de operadores de intersecção fuzzy são usualmente referidos como *T-conorm* ou *S-norm*.



União fuzzy: T-conorm ou S-norm



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

Propriedades básicas do operador *T-conorm*:

- Limitada: $S(1, 1) = 1$, $S(a, 0) = S(0, a) = a$
- Monotonicidade: $S(a, b) < S(c, d)$ if $a < c$ and $b < d$
- Comutativa: $S(a, b) = S(b, a)$
- Associativa: $S(a, S(b, c)) = S(S(a, b), c)$



Operadores T-conorm mais usados



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

Máximo

$$S_{\max}(a, b) = \text{MAX}(a, b) = a \vee b.$$

Soma Algébrica (Probor –Matlab)

$$S_{sa}(a, b) = a + b - ab.$$

Soma Limitada (*Bounded sum*)

$$S_{sl}(a, b) = 1 \vee (a + b).$$

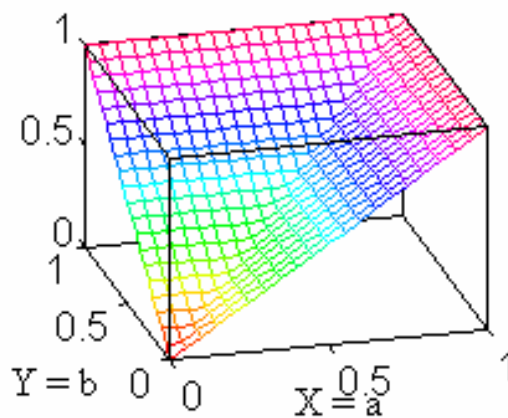
Soma Drástica (*Drastic sum*)

$$S_{sd}(a, b) = \begin{cases} a, & \text{se } b = 0 \\ b, & \text{se } a = 0 \\ 1, & \text{se } a, b > 0 \end{cases}$$

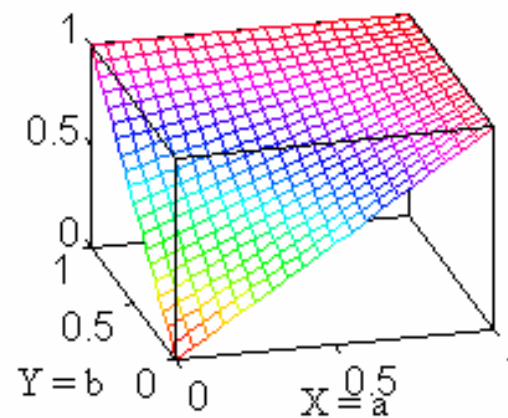
Operador T-conorm



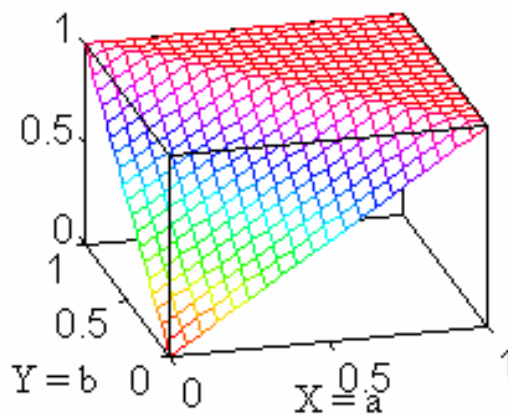
(a) Máximo



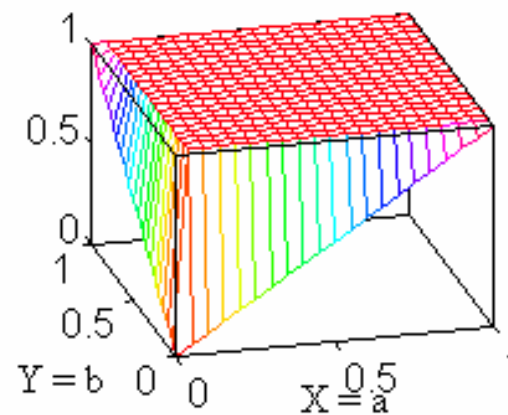
(b) Soma algébrica



(c) Soma limitada



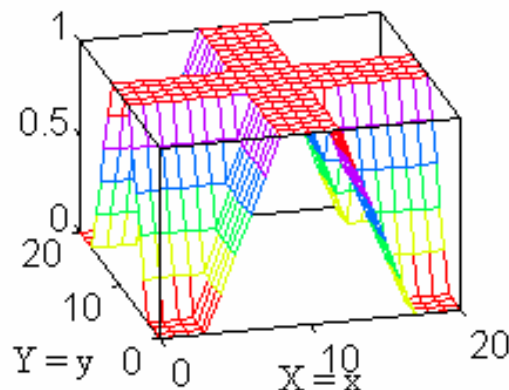
(d) Soma drástica



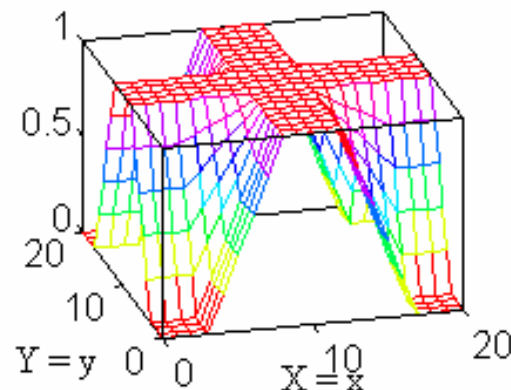
$a = \text{trapezóide } (x, 3, 8, 12, 17)$

$b = \text{trapezóide } (y, 3, 8, 12, 17)$

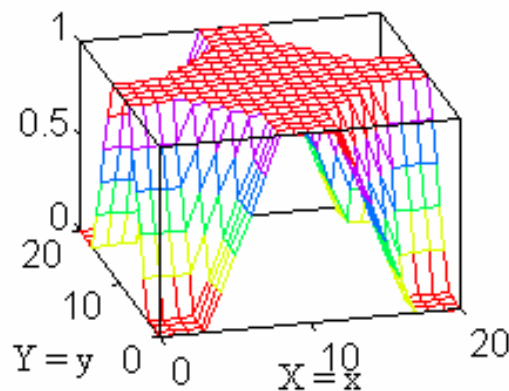
(a) Máximo



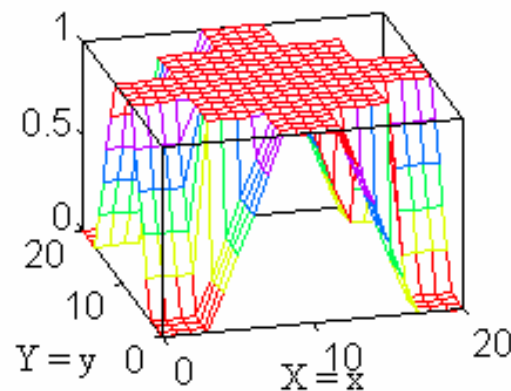
(b) Soma algébrica



(c) Soma limitada



(d) Soma drástica

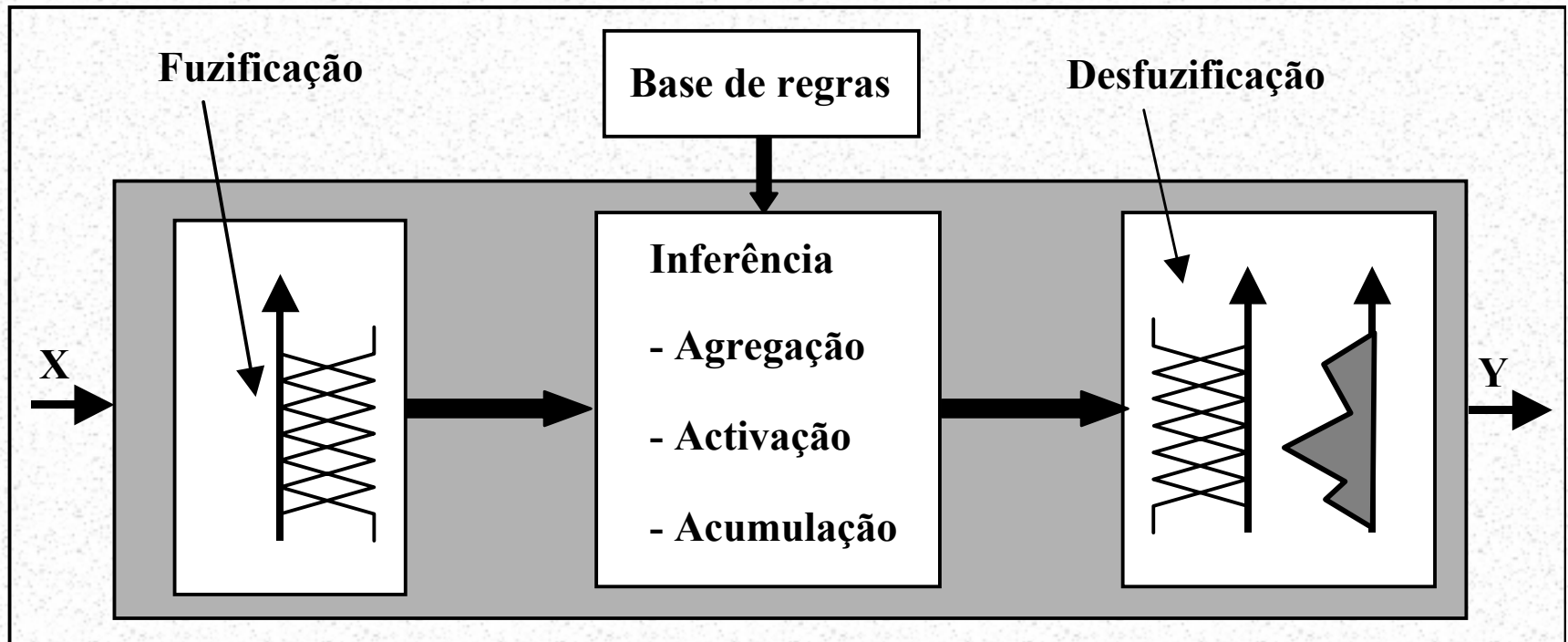




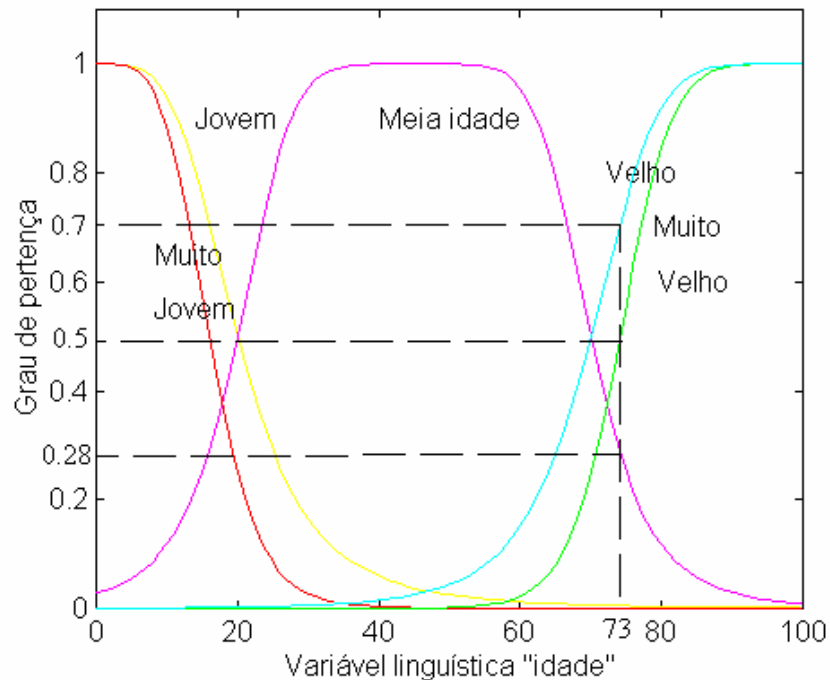
Escola de Engenharia
Universidade do Minho

Departamento de
Electrónica Industrial

Sistema de inferência fuzzy



- Denomina-se de método de fusificação à determinação da relação entre as variáveis de entrada e os valores linguísticos. O grau de pertença da variável de entrada é determinado para cada valor linguístico da correspondente variável linguística.





Base de regras



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

➤ Contém o conhecimento empírico respeitante à operação de um processo particular em consideração. O conhecimento é representado por regras linguísticas. A definição textual de uma base de regras é efectuada da seguinte forma:

R_1 : IF Condição P_1 THEN Conclusão C_1

R_2 : IF Condição P_2 THEN Conclusão C_2

• • •

R_n : IF Condição P_n THEN Conclusão C_n

A condição pode consistir numa combinação de estados linguísticos, podendo ter mais que uma conclusão.

IF $P_k = P_{k1}$ AND P_{k2} OR (NOT P_{k3}) THEN Conclusão C_{k1} , C_{k2}



Processo de inferência

➤ O processo de inferência consiste em três subfunções

Agregação

Activação

Acumulação

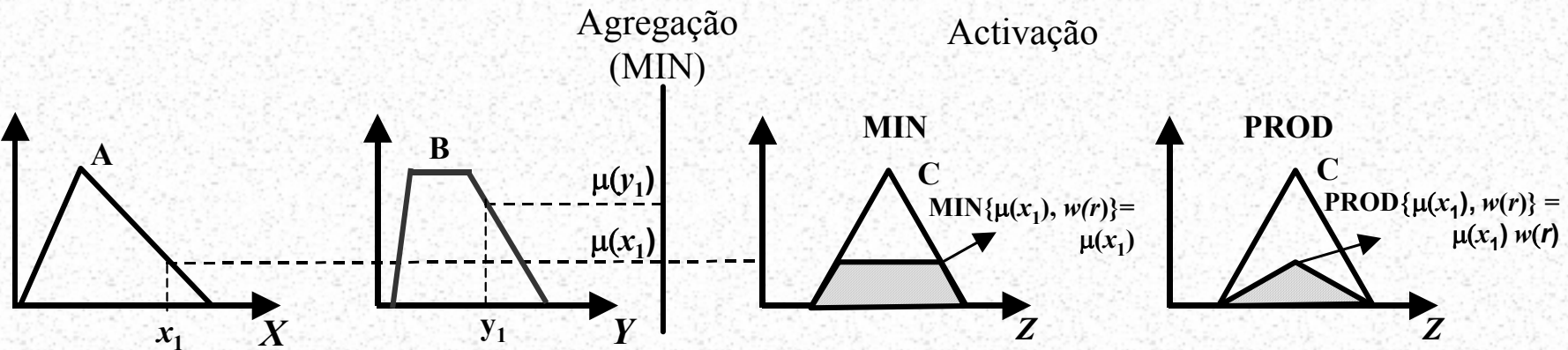
Dependendo da combinação de operadores nos passos individuais, estratégias diferentes de inferência podem ser efectuadas. As mais conhecidas são as denominadas **MAX-MIN** e **MAX-PROD**, as quais usam o operador MAX na acumulação e o operador MIN ou PROD na activação.

A subfunção de agregação consiste num processo de validação da condição existente em cada regra que constitui a base de dados. Se a condição é simples então o grau de pertença obtido é igual ao da própria condição. Contudo, se a condição consiste numa combinação de subcondições, o grau de pertença resultante terá que ser determinado por agregação dos valores individuais. Se a combinação das subcondições for efectuada por um AND o grau de pertença resultante será determinado por aplicação do operador de lógica fuzzy AND. No caso de a combinação ser efectuada por um OR será aplicado o operador lógico fuzzy OR.

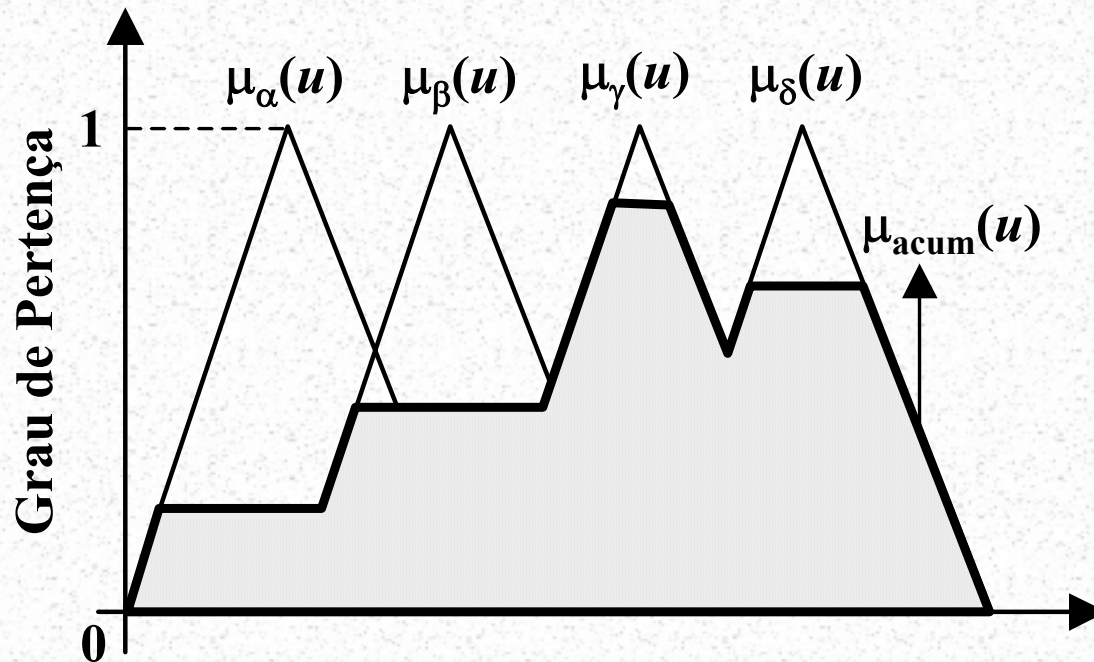
$$P_k = P_{k1} \text{ AND } P_{k2} \text{ OR } (\text{NOT } P_{k3})$$
$$\mu_k = \text{MAX}[\text{MIN}\{\mu_{k1}, \mu_{k2}\}, (1 - \mu_{k3})]$$

Na subfunção de activação o grau de pertinência da conclusão é determinado com base no grau de pertinência das condições resultante do processo de agregação e na quantidade de crença (valor entre 0 e 1 que indica a credibilidade ou confiança na regra) atribuída à regra. Geralmente na activação são usados os operadores MIN ou PROD. Com a aplicação do operador MIN o conjunto fuzzy de saída é truncado enquanto com o operador PROD o conjunto fuzzy de saída é escamado.

IF $X=A$ AND $Y=B$ THEN $Z=C$ ($w(r) = 1$)



Na subfunção de acumulação os resultados das regras são combinados para obter um resultado global. O operador MAX é normalmente usado na acumulação.

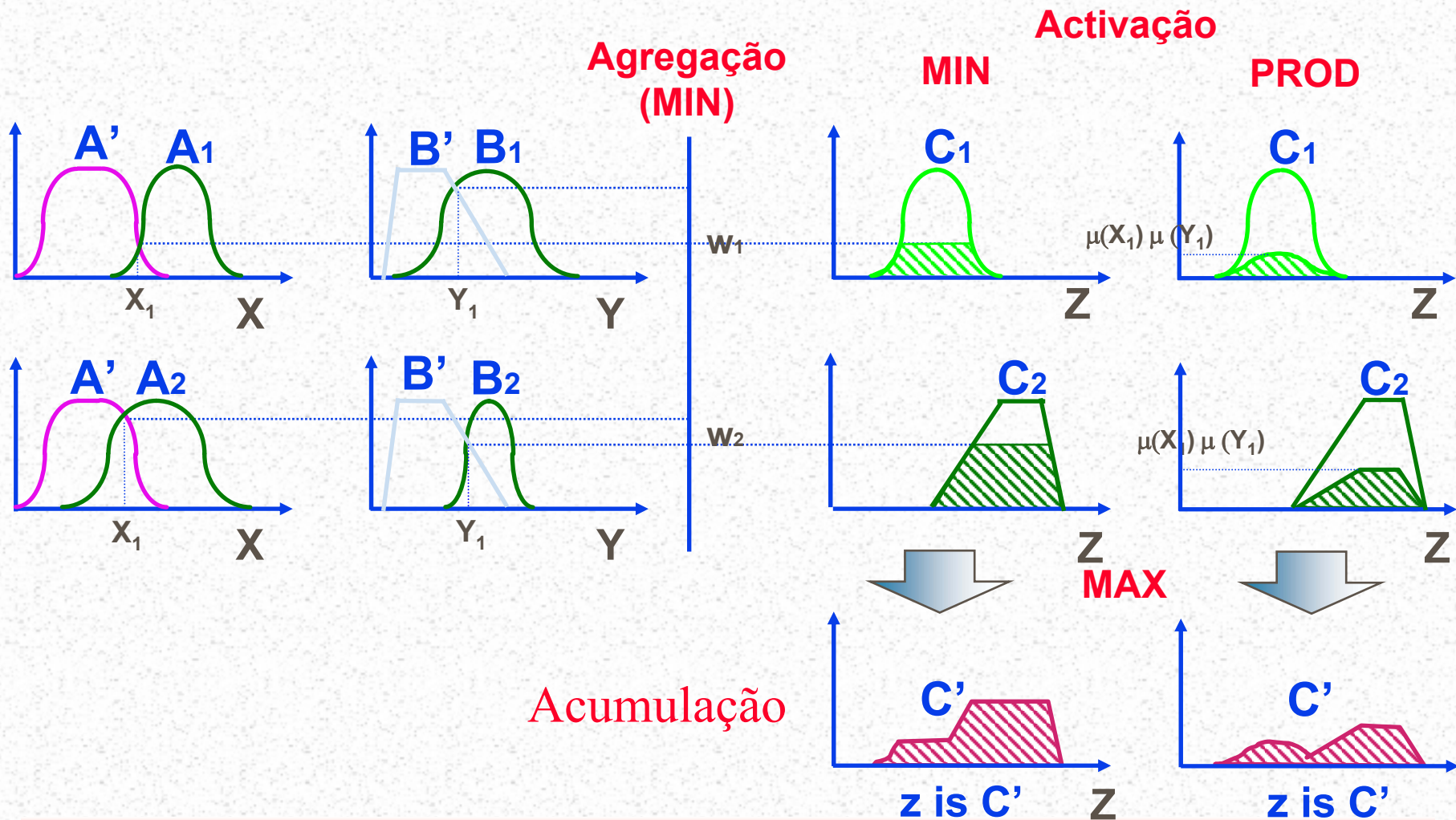




Representação gráfica do processo de inferência



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial





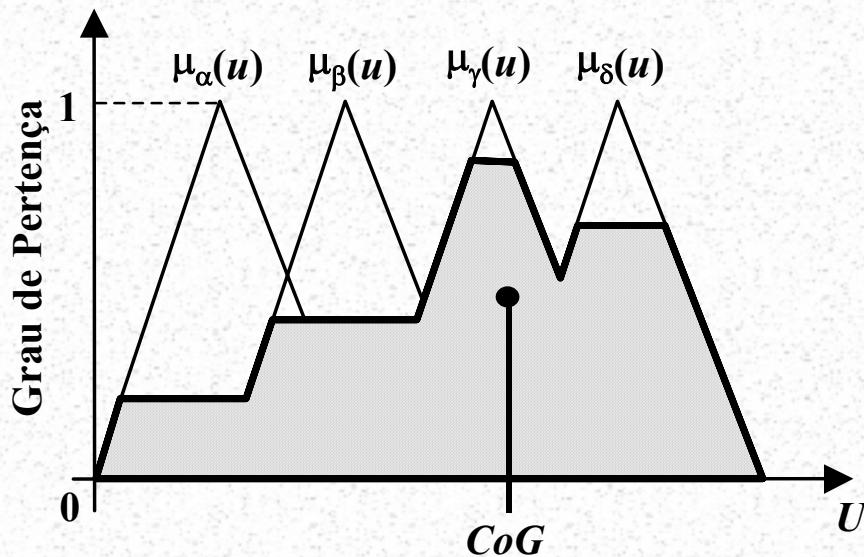
Resumo dos operadores mais usados



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

Passos da inferência	Operadores	Algoritmos
Agregação		
AND	Mínimo	$\mu_{agr} = \text{MIN}\{\mu_{k1}(x), \mu_{k2}(x)\}$
OR	Máximo	$\mu_{agr} = \text{MAX}\{\mu_{k1}(x), \mu_{k2}(x)\}$
Activação		
Conversão da conclusão IF-THEN		
	Mínimo	$\mu_{act} = \text{MIN}\{\mu_{agr}, w_k\}$
Peso de cada regra		
	Multiplicação	$\mu_{act} = \text{PROD}\{\mu_{agr}, w_k\}$
Acumulação	Máximo	$\mu_{accu}(i) = \text{MAX}\{\mu_{act}(i)\}$

- Centro de Gravidade ou Área do Centróide - A variável de saída é determinada como o valor da abcissa u correspondente ao centro de gravidade debaixo da função de pertença.



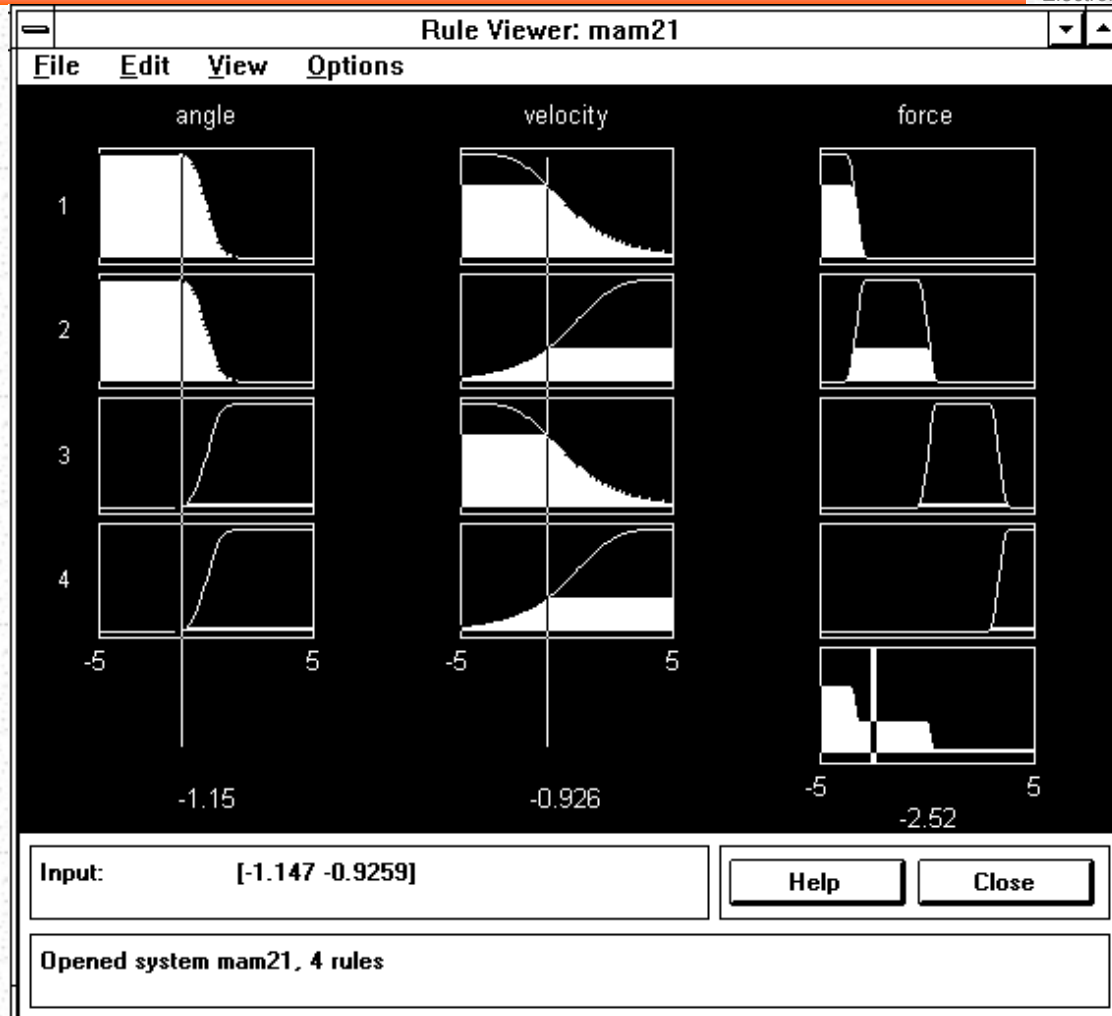
$$CoG = \frac{\int_U u \times \mu_A(u) \times du}{\int_U \mu_A(u) \times du}$$



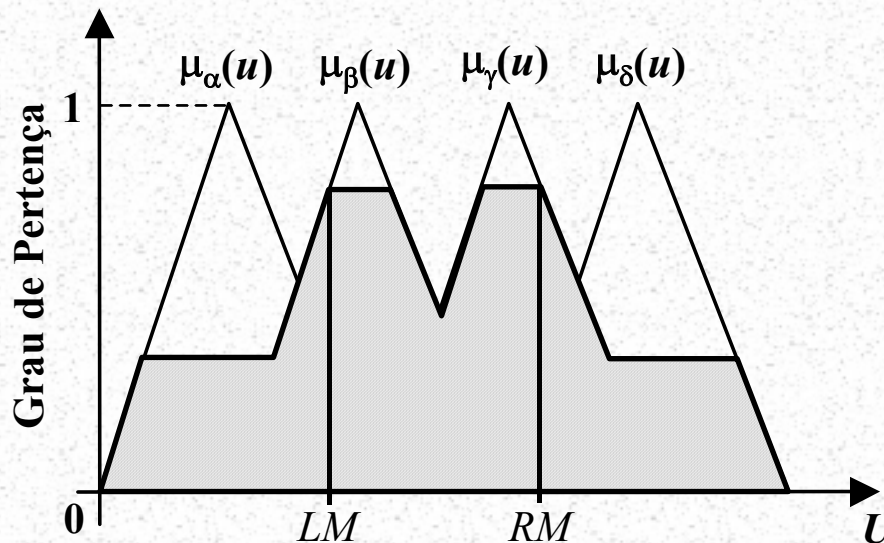
CoG - Matlab



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial



- Máximo mais à esquerda - O valor da variável de saída é o valor da abcissa correspondente ao valor máximo situado mais à esquerda da função de pertença de saída.
- Máximo mais à direita - O valor da variável de saída é o valor da abcissa correspondente ao valor máximo situado mais à direita da função de pertença de saída.

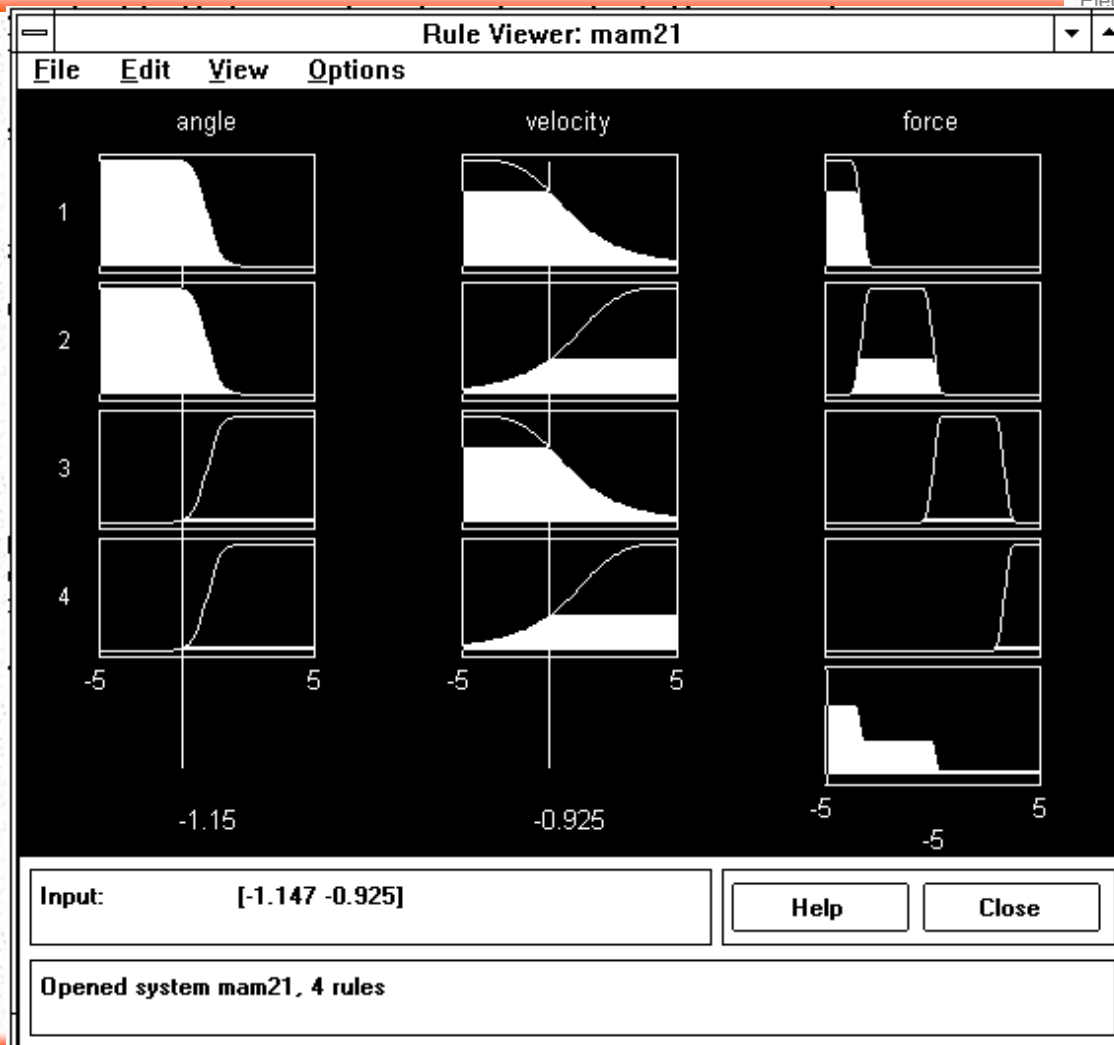




Máximo mais à esquerda



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

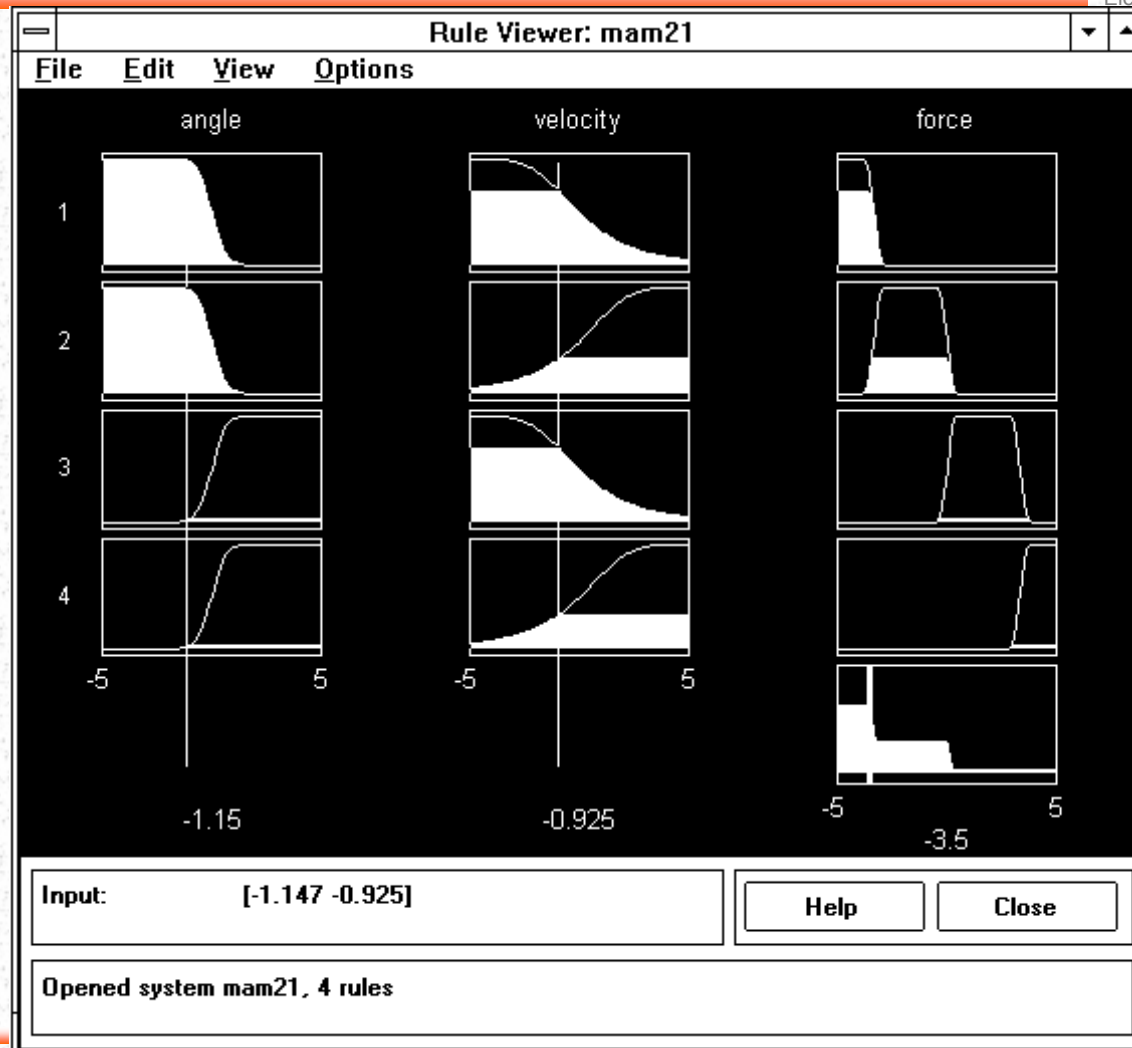




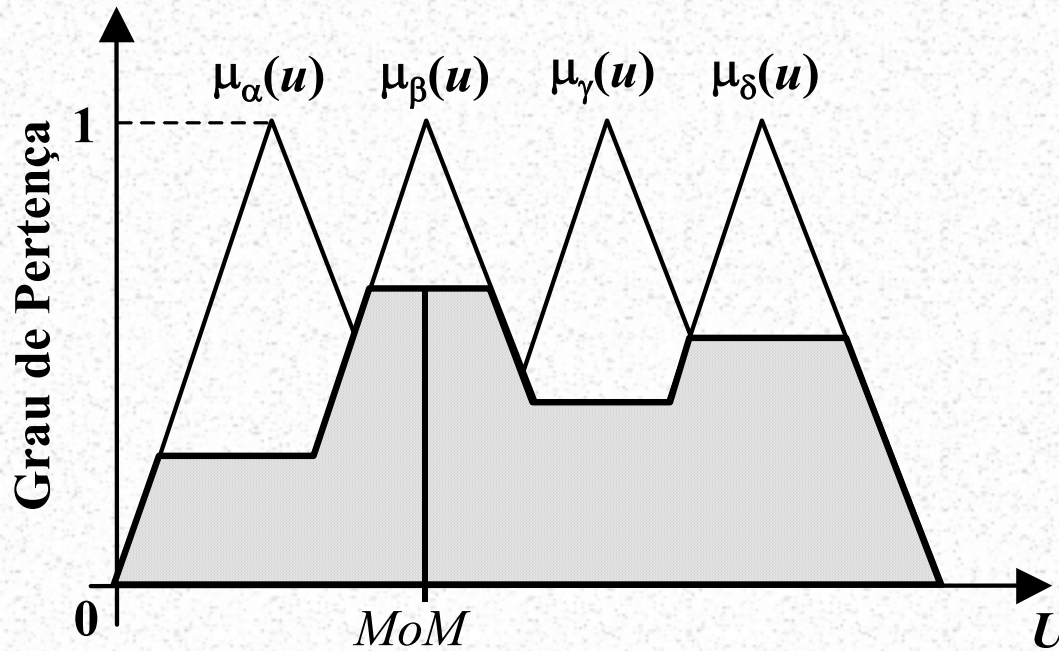
Máximo mais à direita



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial



- Média dos máximos - O valor da variável de saída é o valor da abcissa correspondente à média dos valores máximos.

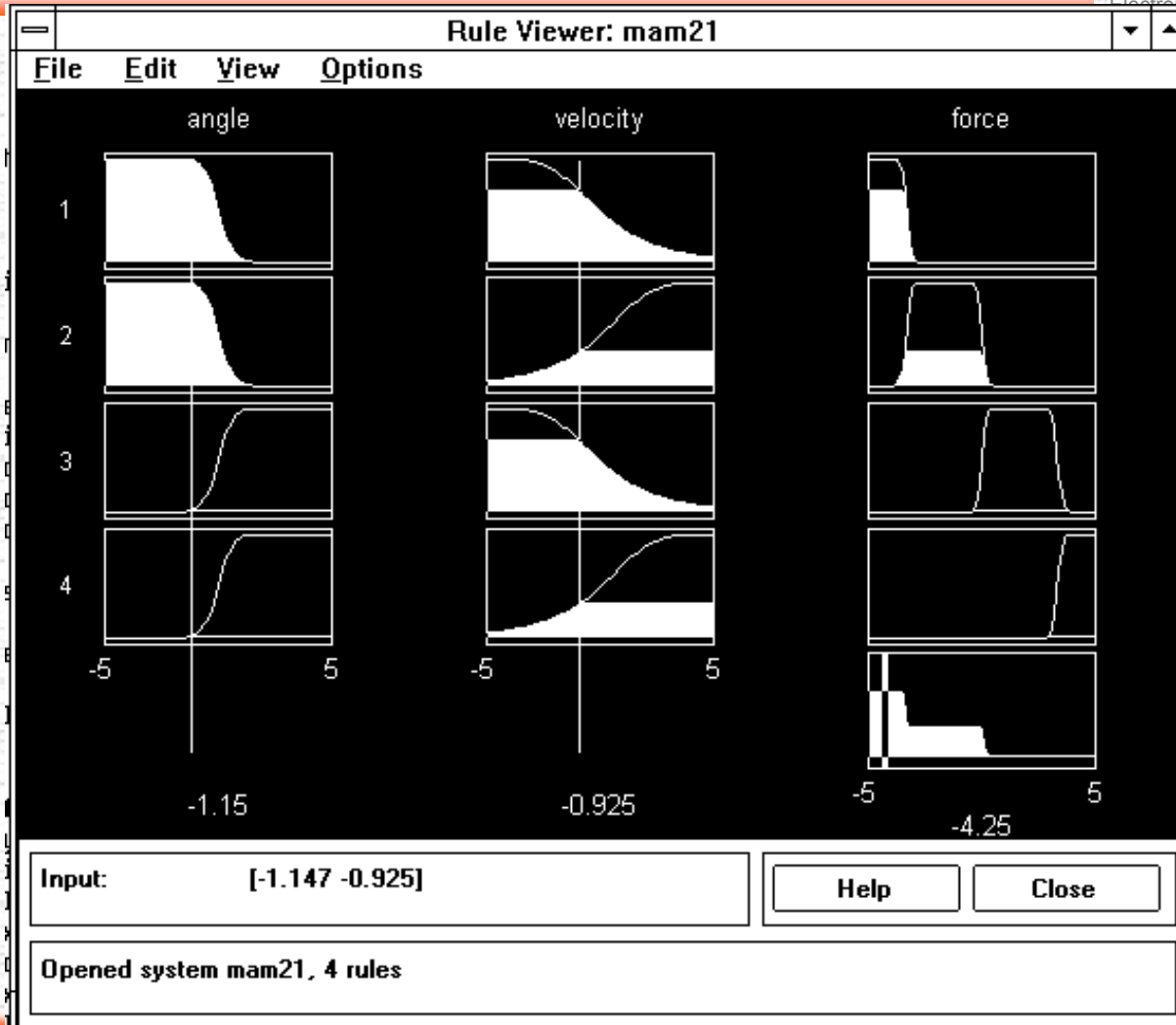




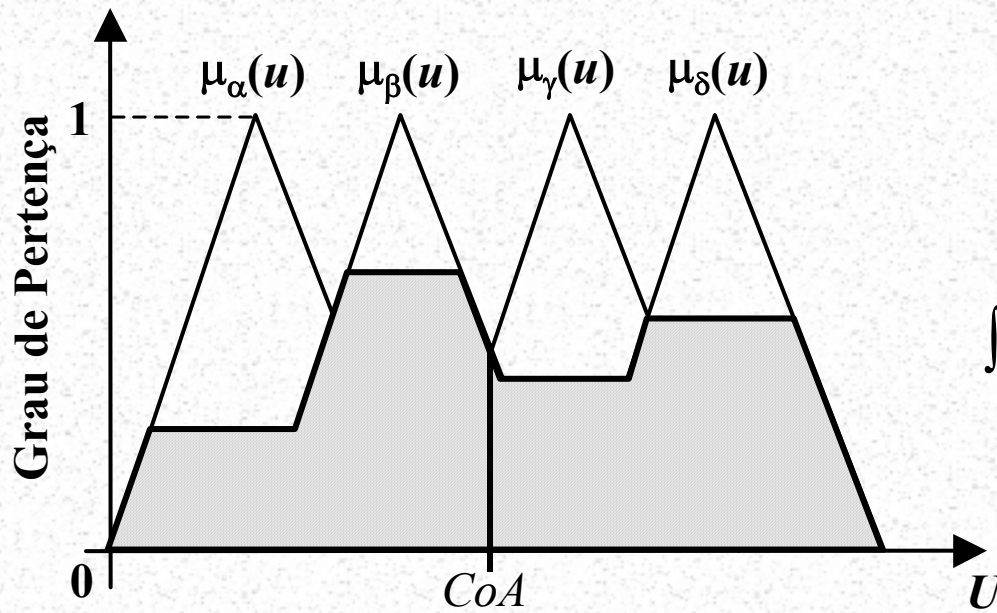
Média dos máximos - Matlab



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial



- Centro de área ou Bissetor de área - O valor da variável de saída é o valor da abcissa para o qual a área à sua esquerda debaixo da função pertença é igual à área à sua direita.



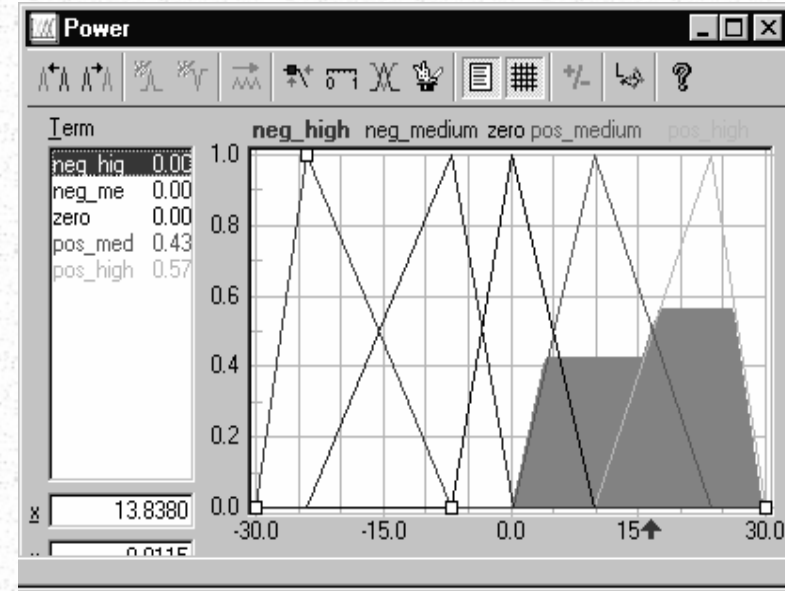
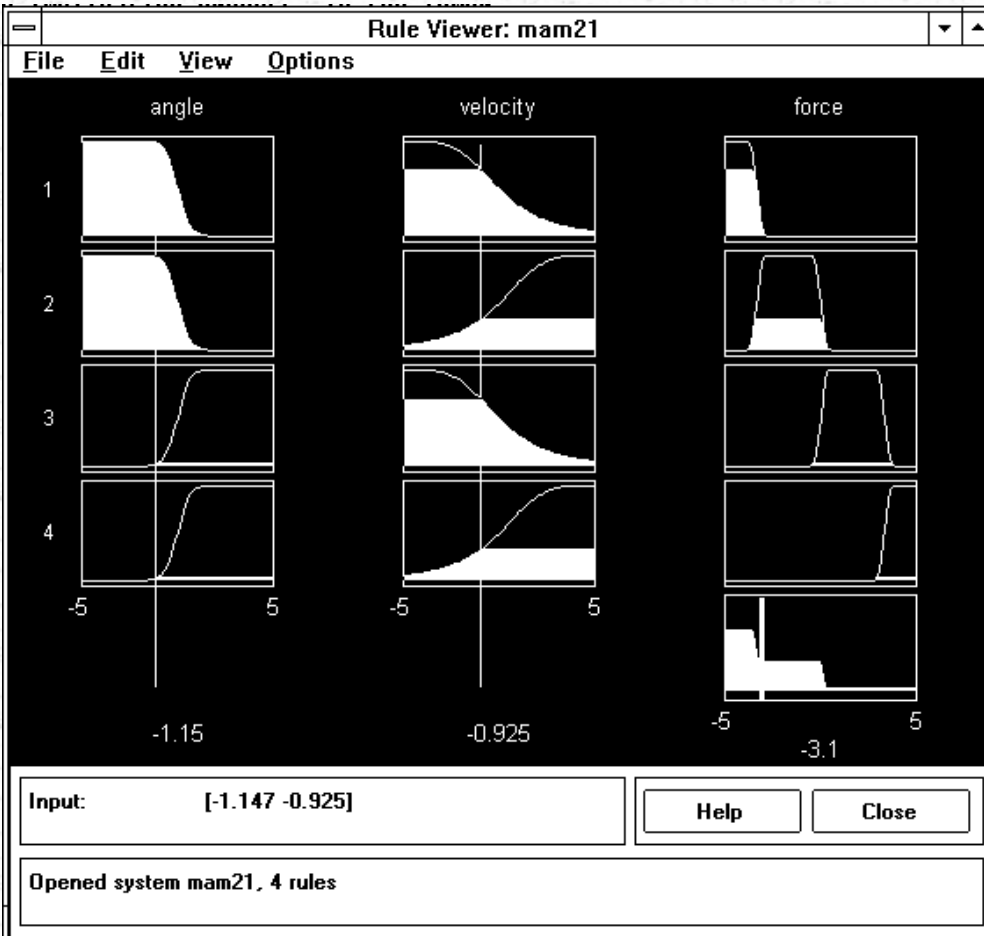
$$\int_{Min}^X \mu_A(u) du = \int_X^{Max} \mu_A(u) du$$



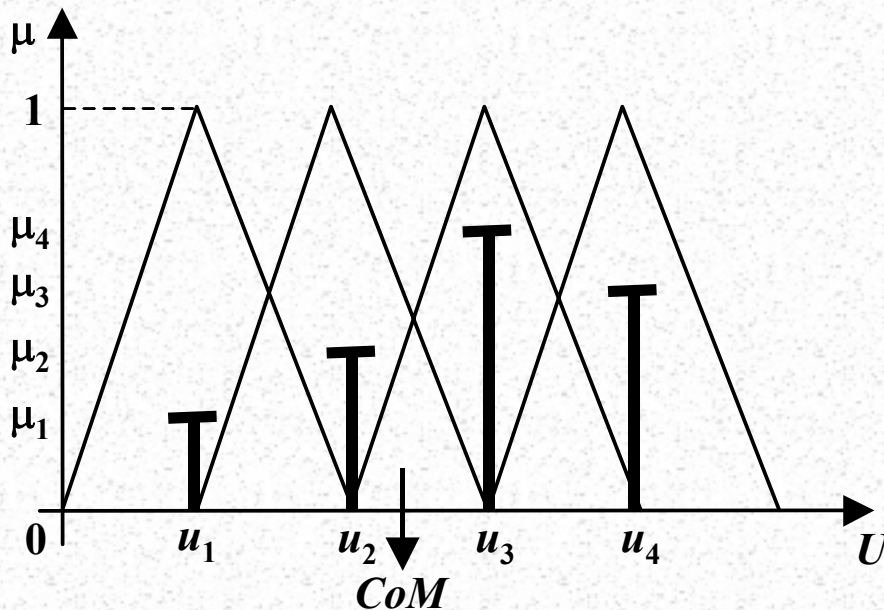
Bisector de área - Matlab e Fuzzytech



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial



- Centro dos máximos ou Centro de gravidade para *singletons* - Este método é uma simplificação do método CoG uma vez que não toma em consideração a área mas sim o valor máximo da respectiva função de pertença activada.



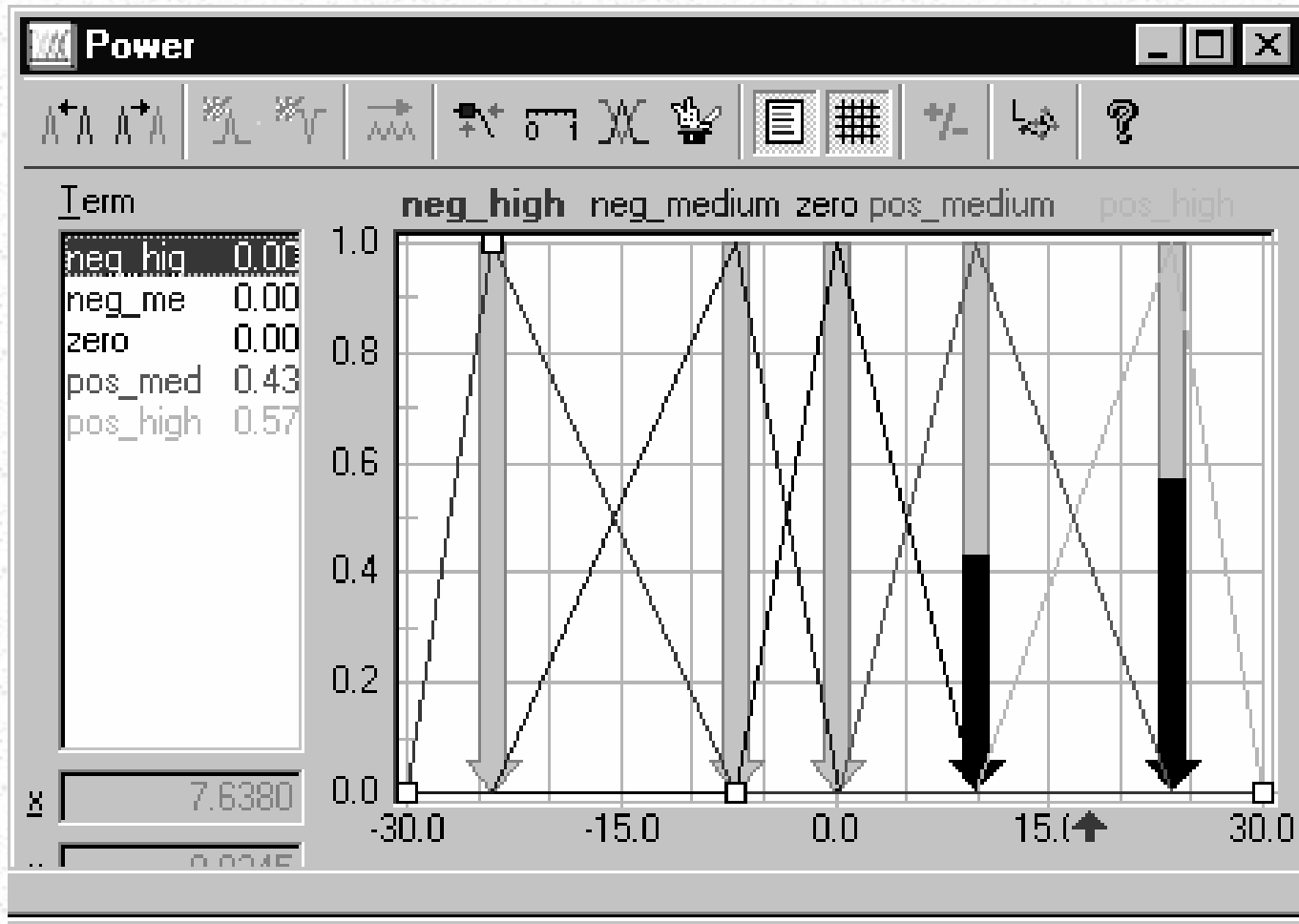
$$CoM = \frac{\sum_{i=1}^{\gamma} u_i \times \mu_i(u_i)}{\sum_{i=1}^{\gamma} \mu_i(u_i)}$$



Centro dos máximos - Fuzzytech



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial





Escola de Engenharia
Universidade do Minho

Departamento de
Electrónica Industrial

Inferência do Sugeno



Inferência fuzzy do Sugeno



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- Uma regra típica de um modelo fuzzy do Sugeno tem a seguinte forma

If $x = A$ and $y = B$ then $z = k$ k é uma constante

- Generalizando

If x is A and y is B the $z = p*x + q*y + r$ p, q e r são todos constantes

A saída é uma combinação linear da entrada.



Método de desfuzificação



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

A desfuzificação é uma média pesada

$$Y_i(x) = \frac{\sum_{l=1}^M y_l \cdot w_l}{\sum_{l=1}^M w_l}$$

Onde

$$w_i = \prod_{i=1}^n \mu_{F_i}(x_i)$$



Vantagens do método do Sugeno



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- **Eficiência computacional.**
- **Trabalha bem com técnicas não lineares (e.g. PID control, etc).**
- **Trabalha bem com optimizações e técnicas adaptativas**
- **Garante a continuidade da superfície de saída.**
- **É mais fácil a análise matemática.**



Vantagens do método do Mandani



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- Mais intuitivo.
- Aceitação generalizada.
- Traduz melhor a experiência humana.



Escola de Engenharia
Universidade do Minho

Departamento de
Electrónica Industrial

Tipos de controladores fuzzy

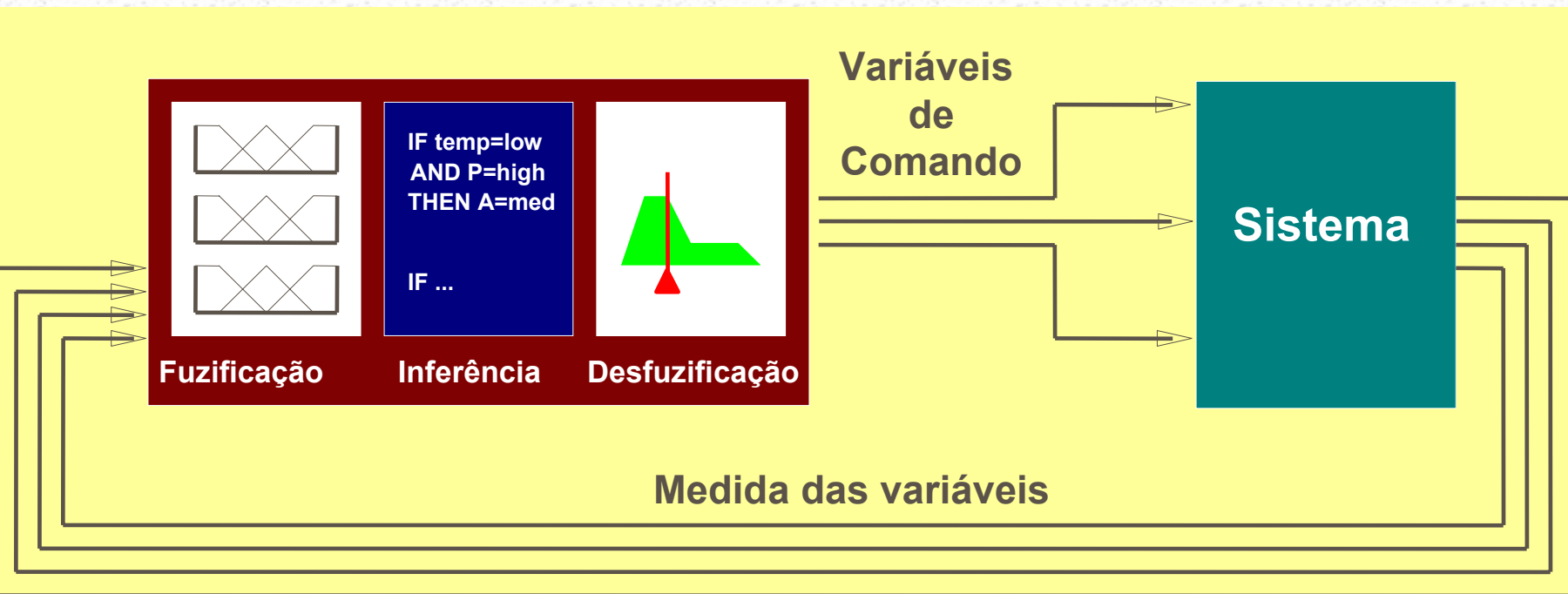


Tipos de controlador fuzzy: - Controlador directo -



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

As saídas do sistema de lógica fuzzy são as variáveis de comando do sistema:



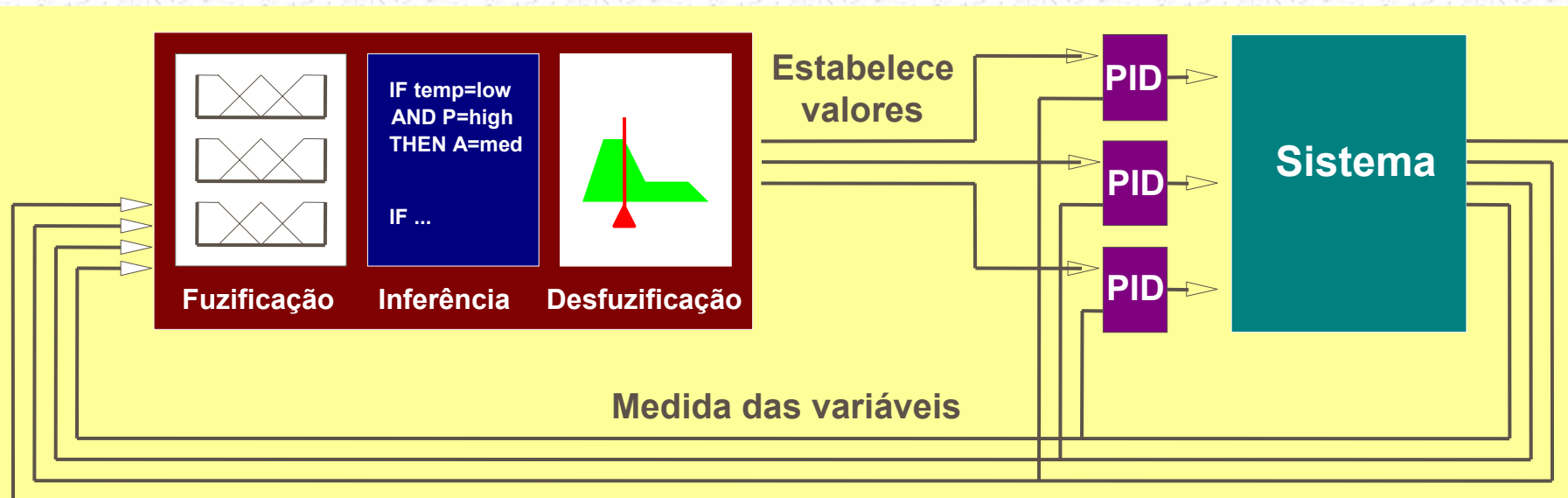


Tipos de controlador fuzzy: - Supervisor do controlo -



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

As saídas do controlador fuzzy supervisionam os controladores PID, de forma similar a um operador humano:



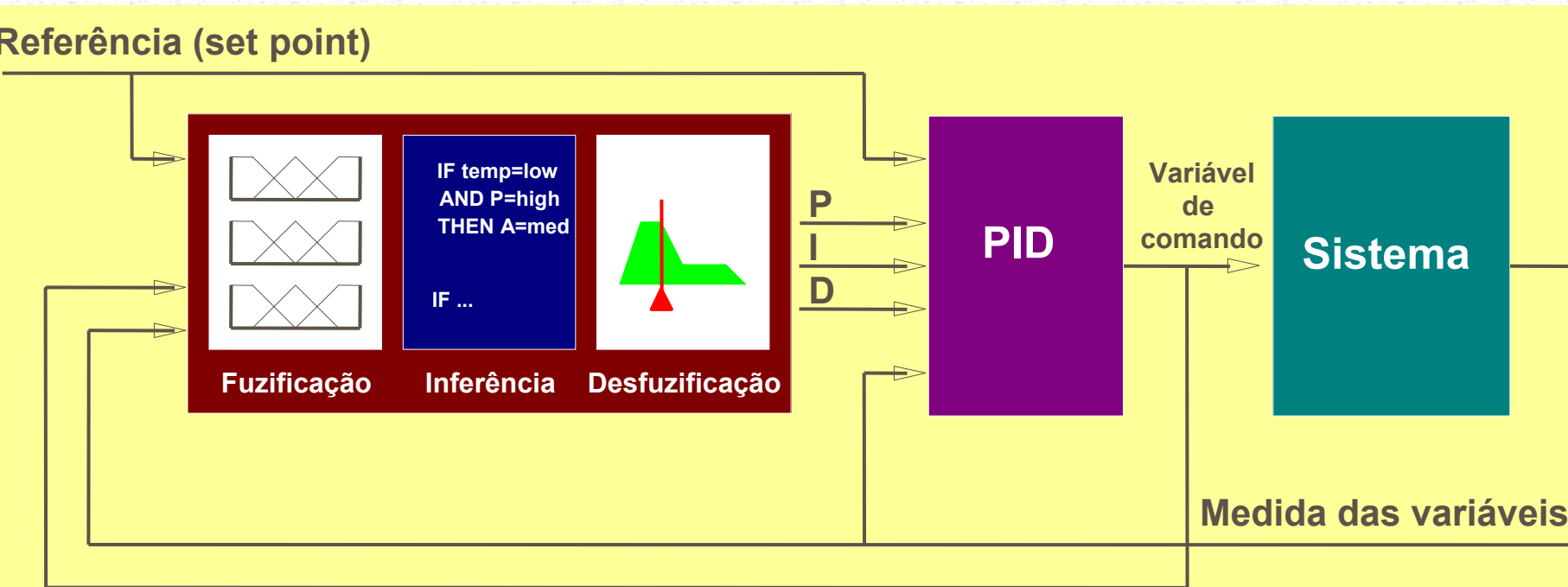


Tipos de controlador fuzzy: - Adapta PID -



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

O controlador de lógica fuzzy adapta os parâmetros P, I e D de um controlador PID convencional. O sistema de lógica fuzzy analisa o desempenho do PID e otimiza-o:



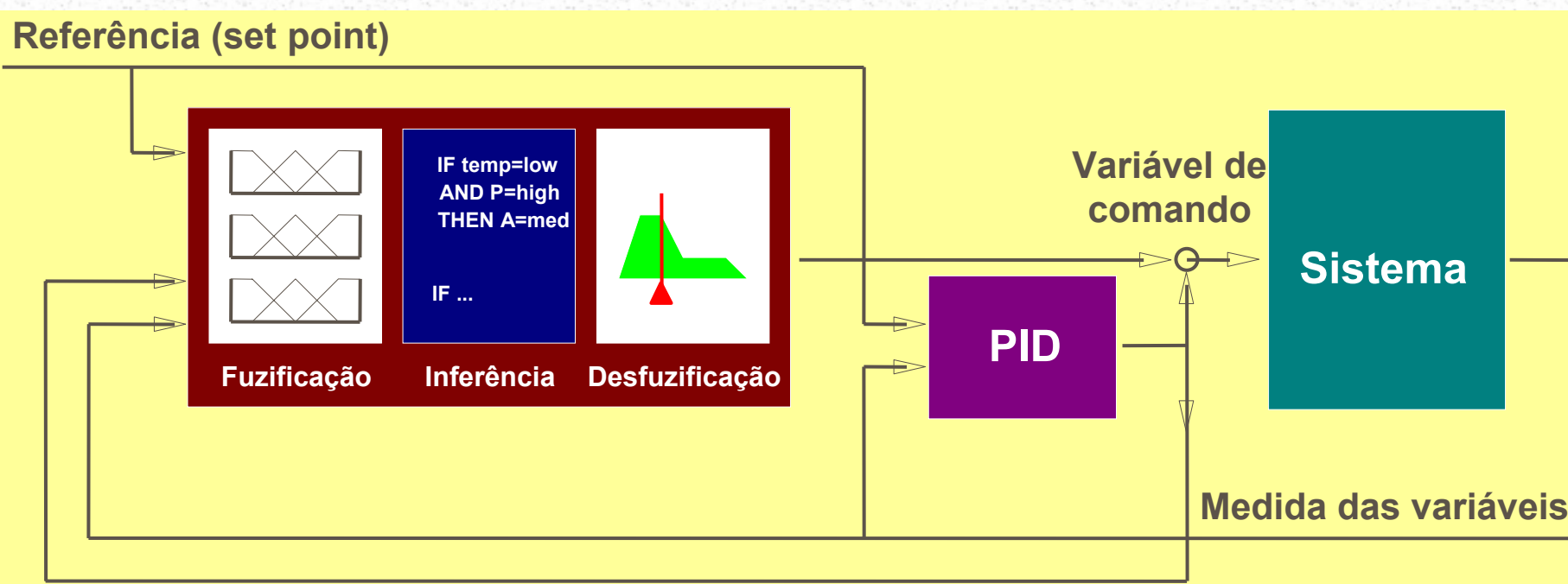


Tipos de controlador fuzzy: - Fuzzy interventor -



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

O controlador de lógica fuzzy e PID em paralelo. A intervenção do controlador fuzzy acontece sempre que houver distúrbios bruscos no sistema:





**Escola de Engenharia
Universidade do Minho**

Departamento de
Electrónica Industrial

Considerações sobre o projecto de um controlador fuzzy



Avaliação preliminar



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

➤ Critério de avaliação

- A lógica fuzzy já foi anteriormente aplicada a um problema deste género com sucesso?
- O problema de controlo é do tipo multi-variável?
- Existe um conhecimento prévio por parte de operadores ou engenheiros acerca da inter-dependência entre variáveis?
- É possível ganhar conhecimento acerca do comportamento do processo por observação ou via experimental?
- É difícil obter o modelo matemático do processo?



Passos do projecto



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

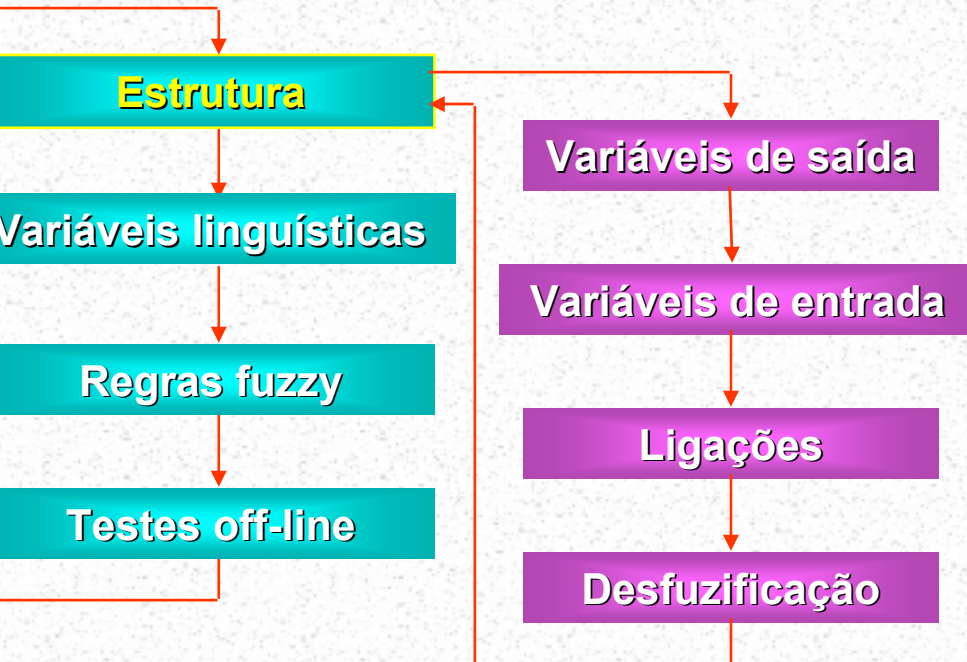




Estrutura



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial



Variáveis de saída: Que tipo de decisão o sistema de lógica fuzzy tem que tomar (0/1, inc/dec ou absoluta)?

Variáveis de entrada: Quais estão disponíveis e quais deverão ser utilizadas primeiro?

Ligações: Quais e de que forma as variáveis de entrada influenciam as variáveis de saída? São possíveis agregações intermédias?

Desfuzificação: O melhor compromisso ou a melhor solução?

O primeiro passo define o *Outline* do sistema de lógica fuzzy!



Variáveis linguísticas



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial



Número de termos

Número de termos: Quantos termos deverão ser definidos para cada variável linguística?

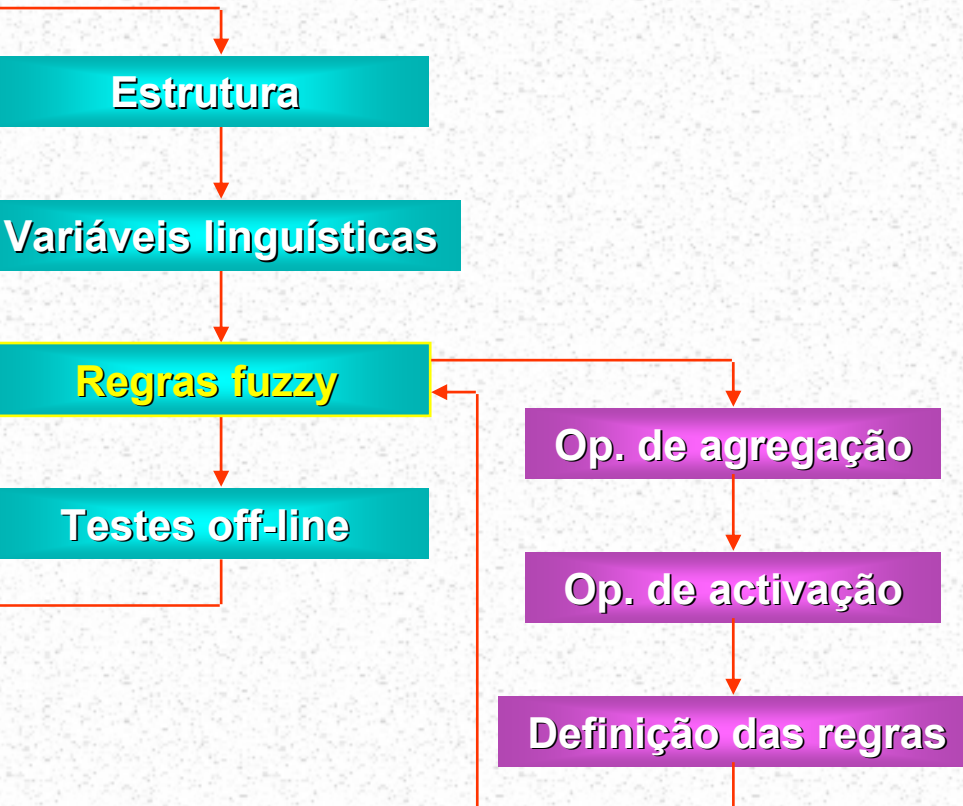
Tipo de Fuc. Pert.

Tipo das funções de pertença: Qual a forma das funções pertença?

O segundo passo define o vocabulário do sistema de lógica fuzzy!



Definição da base de regras fuzzy



Operador de agregação: Qual o operador de agregação a utilizar?

Operador de activação: Qual o operador de activação a utilizar?

Definição das regras: Como são definidas as regras?

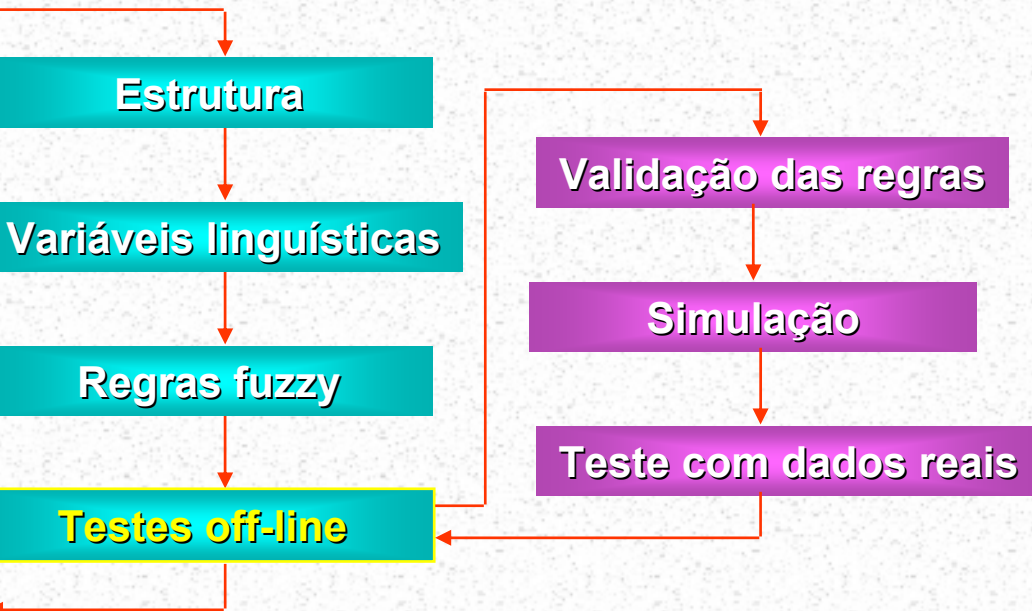
O terceiro passo define a estratégia de controlo a utilizar!



Testes off-line



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial



Validação das regras: Quais as regras que faltam, as que são supérfluas e as que estão em conflito?

Simulação: Afinação das variáveis linguísticas.

Teste com dados reais: Optimização com dados do processo.

O quarto passo verifica os erros que ocorrem no sistema fuzzy!



**Escola de Engenharia
Universidade do Minho**

Departamento de
Electrónica Industrial

Ferramenta de desenvolvimento

fuzzyTECH



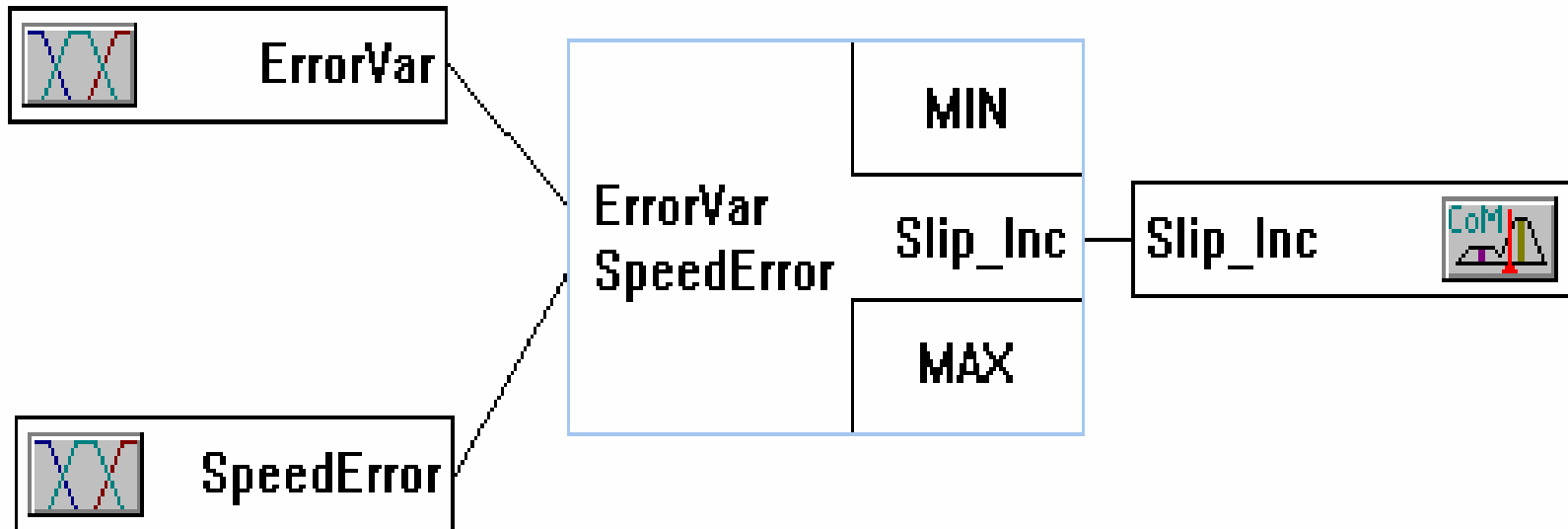
Fuzzy Logic Controller Design With FuzzyTech Tool

Fuzzy Logic Controller Structure

Input Interfaces

Rule Block

Output Interface

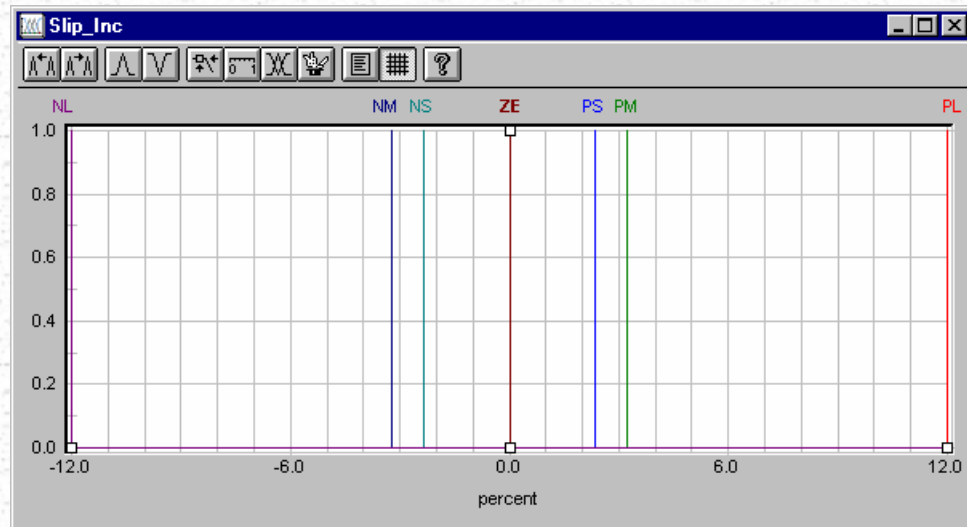
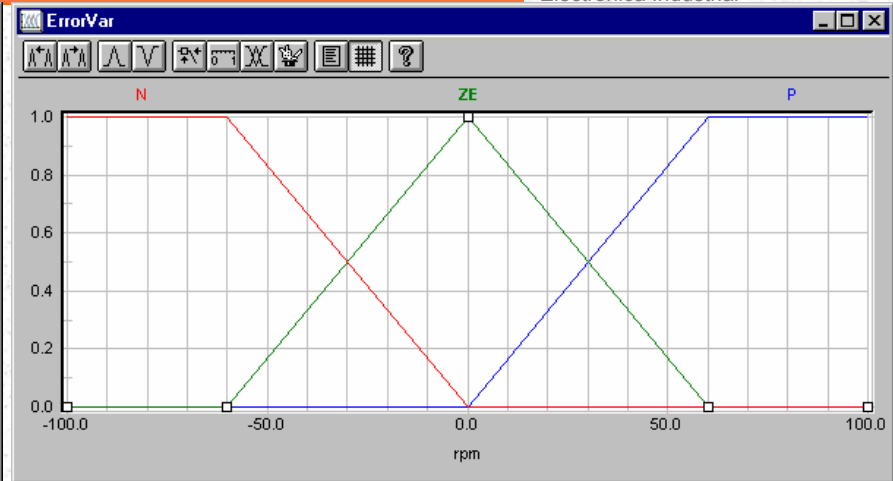
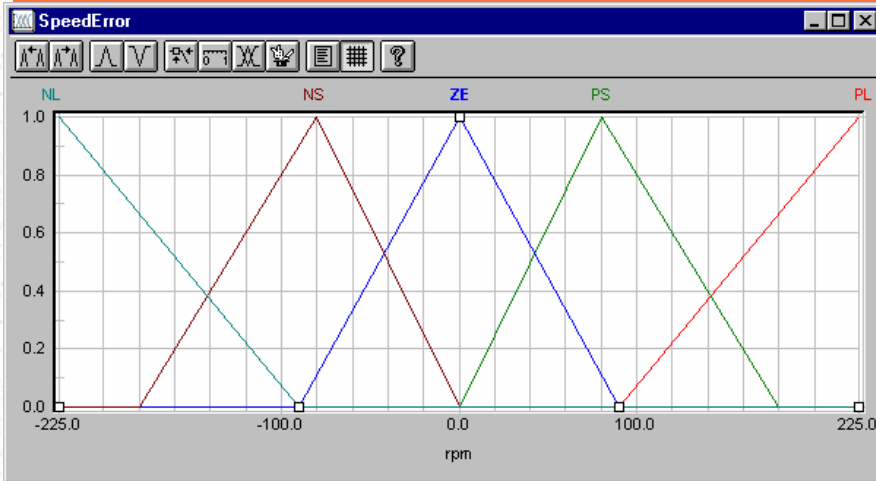




Funções pertença



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial



Regras do controlador de deslizamento

	IF		THEN	
	SpeedErr	SpeedErrVar	DoS	Slip_Inc
1	NL		1.00	NL
2	NS	N	1.00	NM
3	ZE	N	1.00	NS
4	PS	N	1.00	NM
5	NS	ZE	1.00	NS
6	ZE	ZE	1.00	ZE
7	PS	ZE	1.00	PS
8	NS	P	1.00	PM
9	ZE	P	1.00	PS
10	PS	P	1.00	PM
11	PL		1.00	PL
12				



fuzzyTECH MCU-96 Edition Workspace



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de

fuzzyTECH 4.21 MCU-96 Edition - PPT.FTL

File Edit Debug Analyzer Compile Options Window Help

SpeedError

Term

NL	0.00
NS	0.00
ZE	0.42
PS	0.65
PL	0.00

x: -225 y: 0

52 rpm

ErrorVar

Term

N	0.83
ZE	0.17
P	0.00

x: -51 y: 0

-50 rpm

Slip_Inc

Term

NL	0.00
NM	0.65
NS	0.42
ZE	0.17
PS	0.17
PM	0.00
PL	0.00

x: -1.47 y: 1

-1.92 percent

Spreadsheet Rule Editor - RB1

	IF	THEN		
	ErrorVar	SpeedError	DoS	Slip_Inc
1		NL	<input type="checkbox"/> 1.00	NL
2	N	NS	<input type="checkbox"/> 1.00	NM
3	N	ZE	<input type="checkbox"/> 1.00	NS
4	N	PS	<input checked="" type="checkbox"/> 1.00	NM
5	ZE	NS	<input type="checkbox"/> 1.00	NS
6	ZE	ZE	<input type="checkbox"/> 1.00	ZE
7	ZE	PS	<input type="checkbox"/> 1.00	PS
8	P	NS	<input type="checkbox"/> 1.00	PM
9	P	ZE	<input type="checkbox"/> 1.00	PS
10	P	PS	<input type="checkbox"/> 1.00	PM
11		PL	<input type="checkbox"/> 1.00	PL

Variables

ErrorVar
Slip_Inc
SpeedError

Debug: Interactive

Inputs:

ErrorVar	-50.00
SpeedError	52.00

Outputs:

Slip_Inc	-1.92
----------	-------

Value: 52.0000 Steps %: 10.00

Project Editor

Ready. Debug: Interactive



Escola de Engenharia
Universidade do Minho

Departamento de
Electrónica Industrial

Exemplos de aplicações



Aplicações



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

■ Produtos de utilização doméstica

- Máquinas lavar
- Microondas
- Fornos
- Aspiradores
- Máquinas de filmar

■ Sistemas

- Elevadores
- Comboios
- Guindastes
- Automóveis (transmissão e travões)

■ Software

- Diagnóstico médico
- Segurança
- Compressão de dados



Vantagens



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- Pode-se observar e avaliar um maior número de variáveis.
- São utilizadas variáveis e valores linguísticos o que possibilita uma maior semelhança com o pensamento humano.
- Permite relacionar as saídas com as entradas sem ter que se perceber todas as variáveis inerentes a essa relação, permitindo o projecto de sistemas que poderão ser mais precisos e estáveis que com um sistema de controlo convencional.
- Simplicidade, permite uma solução prévia de problemas insolúveis pelos métodos de controlo convencionais.
- É possível obter um protótipo sem ter necessidade de conhecer tudo acerca do sistema a controlar.
- Simplifica a aquisição do conhecimento e sua representação.



Desvantagens



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- É tanto mais difícil o seu afinamento quando maior for o número de regras e funções de pertença.
- Não existe uma metodologia para o seu projecto e afinamento.
- Os dois pontos anteriores obrigam a um maior tempo de simulação.
- Não existem critérios para averiguar a sua estabiulidade.
- Em ambientes de controlo dinâmico tem problemas de estabilidade.



**Escola de Engenharia
Universidade do Minho**

Departamento de
Electrónica Industrial

Controlo Digital

Algoritmos Genéticos



Programa



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- **Inspiração Biológica**
- **Algoritmos genéticos (GA)**
 - Conceitos/definições
- **Um algoritmo genético simples (O ciclo dos GA)**
 - População inicial
 - Seleccção
 - Seleccção por Roleta (Roulette Wheel (RW))
 - Modelo Elitista (Elitist model (EM))
 - Modelo do valor esperado (Expected value model (EVM))
 - Operadores genéticos
 - Crossover
 - Mutação
 - Copy
 - Avaliação/estimativa
- **Vantagens e Desvantagens**
- **Uma linguagem de alto nível para a implementação de algoritmos genéticos (GA toolbox)**
- **Exemplos**



Inspiração biológica



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- Todos os organismos biológicos tem uma mistura de características, as quais são determinadas pelos **genes** que constituem os **cromossomas**.
- Um **cromossoma** pode ter milhares de **genes** e um **organismo** biológico pode ter milhares de **cromossomas**.
- Um gene pode tomar diferentes valores. Os valores dos genes determinam as características de um indivíduo.
- Globalmente os cromossomas (**genótipo**) definem as características de um indivíduo (**fenótipo**).
- Dentro de uma espécie, de geração para geração, as características dos indivíduos modificam-se por produção de genótipos diferentes dos genótipos dos seus antecessores.
- O processo de selecção natural pressiona, dentro de uma população de uma espécie, a disseminação de conjunto de genes mais bem “adaptados”.



Algoritmos genéticos - Conceitos

- Os algoritmos genéticos são um método estocástico de pesquisa/procura global que imita a metáfora da evolução biológica natural.
- Os algoritmos genéticos operam numa população de potenciais soluções aplicando o princípio da sobrevivência dos mais **apto/adaptados** para se aproximar cada vez mais da solução pretendida.
- Em cada geração, um novo conjunto de aproximações é **gerado** por o processo de **selecção** de indivíduos de acordo com o seu **grau** de aptidão no domínio do problema.
- Este processo leva à evolução de uma população, sobrevivendo os que estão melhor adaptados ao ambiente.
- A solução de um problema é concebida como um fenótipo realizando (dentro de uma certa tolerância) o máximo (ou o mínimo) de uma “função objectivo”.



Algoritmos genéticos-Definições



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- **Fenótipo** : O algoritmo genético pesquisa a solução óptima a partir de um conjunto de possíveis soluções num determinado universo, U . Os elementos de U são denominados de fenótipos.
- **Genótipo** : Um genótipo G , é a versão codificada do fenótipo. Um genótipo pode ser constituído por um ou mais cromossomas.
- **Cromossoma** : Um cromossoma é constituído por um determinado número de genes e codifica as características do fenótipo.
- **Gene** : O gene é o elemento dentro de um cromossoma que transporta uma determinada característica.
- **Comprimento do cromossoma** : O comprimento do cromossoma l corresponde ao número de genes de um cromossoma.
- **População** : A população $P(t)$ é o conjunto de indivíduos, i.e, o conjunto de genótipos ou fenótipos existentes num instante t .
- **Tamanho da população** : Corresponde ao número de genótipos da população.



Algoritmos genéticos-Definições



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- **Função de descodificação** : $T : G \rightarrow U$. A função de descodificação permite mapear o genótipo no fenótipo.
- **Função Objectivo** : A função objectivo, $f : U \rightarrow \mathbb{R}^+$, é a função, que atribui aos fenótipo um valor numérico de acordo com o seu grau de aptidão/adaptação. Ou seja mede a qualidade de um fenótipo para ser a solução do problema.
- **Operador genético** : Os operadores genéticos trabalham nos cromossomas dos genótipos.
- **Pais** : São as entradas dos operadores genéticos.
- **Filhos** : São as saídas das operações genéticas.
- **Mating pool (acasalamento)**: Junta os genótipos resultantes das operações genéticas.



Algoritmo genético simples – O ciclo dos GA



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- Define-se um espaço de procura de fenótipos, F .
- Define-se um outro espaço, G , de procura de genótipos. Os genótipos em G codificam os fenótipos possíveis.
- Usualmente cada genótipo é visto como um “cromossoma”. Cada “gene” do cromossoma codifica uma propriedade ou elemento do fenótipo correspondente.
- Inicializa-se uma população, $P(0)$, de cromossomas, escolhendo em G (aleatoriamente) um certo número de elementos.
- Para cada elemento de $P(i)$ ($i=0, 1, 2, \dots$), calcula-se o valor da função objectivo no fenótipo correspondente.
- Para cada elemento de $P(i)$, calcula-se o valor da sua “adaptação”.
- Produz-se uma nova geração da população $P(i)$, distribuindo a probabilidade de propagação do “material genético” de cada elemento de $P(i)$, de acordo com o valor da sua adaptação.



Cont.

- A “nova geração” é produzida usando os operadores genéticos de recombinação (“crossover”) e mutação (“mutation”).
- Elementos da “nova geração” são reinseridos na população $P(i)$, dando origem à população $P(i+1)$.
- Repete-se o ciclo de
 - cálculo da função objectivo – cálculo da adaptação – selecção para reprodução – produção de “nova geração” – reinserção na população
 - um número pré-especificado de vezes e testa-se a qualidade das soluções presentes na população.



GA



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

Procedure GA

begin

$t=0$;

 initialize $P(t)$;

 evaluate $P(t)$;

 While not finished do

 begin

$t = t + 1$;

 select $P(t)$ from $P(t-1)$;

 reproduce pairs in $P(t)$;

 evaluate $P(t)$;

 end

End.



População inicial



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- Nos GA começa-se por criar uma população inicial de genótipos, os quais são o ponto de partida de pesquisa para determinar uma solução.
- Usualmente numa população inicial os genes de um cromossoma são gerados de uma forma aleatória.
- A geração da população de genótipos continua até que a população tenha um tamanho pré-determinado.
- Embora a população inicial seja gerada aleatoriamente, esta contém soluções válidas. A população de genótipos é avaliada através da função objectivo e sujeita a selecção.



Seleção



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- O passo a seguir à avaliação é a **seleção**. Basicamente, o procedimento de selecção selecciona um determinado número de genótipos da população para acasalamento de acordo com o seu grau de **adaptabilidade/aptidão**. Os genótipos com um alto grau de adaptação tem uma grande probabilidade de ser seleccionados.
- Procedimentos de selecção mais usuais:
 - Roulette Wheel (RW)
 - Elitist Model (EM)
 - Expected Value Model (EVM)
 - Stochastic Remainder Selection Without Replacement(SRSWR)

Seleção – (Roulette Wheel)

- Um método de selecção óbvio e simples é usar um procedimento de selecção aleatório onde a probabilidade de seleccionar um determinado genótipo é directamente proporcional ao seu nível de adaptação.
- Esta aproximação é usualmente o ponto de partida para outros procedimentos de selecção.
- O grau de aptidão do genótipo determina a sua probabilidade de selecção, $P_{select}(\text{genótipo } [i])$. Isto é:

$$\text{Total de adaptação} = \sum_{i=1}^{POP} \text{adaptação}(\text{genótipo}[i])$$

Onde

$$P_{select}(\text{genótipo}[i]) = \frac{\text{adaptação}(\text{genótipo}[i])}{\text{Total de adaptação}}$$



Seleção – (Roulette Wheel)



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- A cada genótipo da população é atribuído uma “fatia” da roleta onde o tamanho desta é directamente proporcional ao seu grau de adaptação.
- **EXEMPLO:**
 - Tamanho da população 8
 - Número de pais seleccionados para acasalamento é igual a 8



Seleção – (Roulette Wheel)



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

Genótipo[i]=	1	2	3	4	5	6	7	8
Adaptação(genótipo[i])	0.1	0.1	0.125	0.05	0.025	0.025	0.025	0.05
Acumu. Adaptação	0.1	0.2	0.325	0.375	0.4	0.4	0.45	0.5
Intervalo de salection	0-0.1	0.1-0.2	0.2-0.325	0.325-0.375	0.375-0.4	0.375-0.4	0.425-0.45	0.45-0.5
P_{select} (genótipo[i])	0.2	0.2	0.25	0.1	0.05	0.05	0.05	0.1
$E_{cópia}$ (genótipo[i])	1.6	1.6	2	0.8	0.4	0.4	0.4	0.8



Seleção – (Roulette Wheel)

- Algoritmo (quando o número aleatório está no intervalo de selecção, o genótipo é seleccionado).

POP = Tamanho da população:

Calcula: Total de adaptação = $\sum_{i=1}^{POP} adaptação(genótipo[i])$

```
For 1 to POP do {  
    faz i = 1;  
    faz acum. Adaptação = 0;  
    gera um número aleatório t entre 0 e total de adaptação  
    While (acum.Adaptação < t) {  
        acum. Adaptação = acum. Adaptação + adaptação (genótipo [i]);  
        i++;  
    }  
    selecciona (genótipo[i]);  
}
```



Modelo elitista-selecção



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- Este método de selecção preserva o melhor genótipo e desta forma elimina o erro que pode ocorrer quando o melhor genótipo não é seleccionado para acasalamento. Este método é baseado no anterior, diferindo apenas na capacidade de transferir o melhor genótipo directamente para a nova população.

- **Algoritm**

POP = Tamanho da população;

Calcula:
$$\text{Total de adaptação} = \sum_{i=1}^{POP} \text{adaptação}(\text{genótipo}[i])$$

```
For 1 to POP do {  
    faz i = 1;  
    faz acum. Adaptação = 0;  
    gera um número aleatório t entre 0 e total de adaptação  
    While (acum.Adaptação < t) {  
        acum. Adaptação = acum. Adaptação + adaptação (genótipo [i]);  
        i++;  
    }  
    selecciona (genótipo[i]);  
}
```

Calcula a adaptação para genótipos na nova população

Encontra a adaptação máx nova .

If (adaptação máx nova < adaptação máx anterior)
 copia o genótipo com adaptação máx anterior para a nova população



Modelo do valor esperado - Selecção



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- Este método reduz a variação entre o número de cópias esperadas e o número actual. A probabilidade de ser seleccionado e o número esperado de cópias são calculados para cada genótipo da população de uma forma idêntica ao da roleta.
- Este método assegura que o genótipo não pode ser seleccionado mais vezes que o número esperado de cópias.
- Algoritmo

POP = Tamanho da população;

Calcula: Total de adaptação = $\sum_{i=1}^{POP} adaptação(genótipo[i])$

For i = 1 to POP do {

Calcula: $P_{select}(genótipo[i]) = \frac{adaptação(genótipo[i])}{Total\ de\ adaptação}$

$E_{cópias} = POP \times P_{select}(genótipo[i])$

}



Modelo do valor esperado - Seleção



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

Faz o ciclo até ao acasalamento dos genótipos da POP

```
{
    faz i = 1;
    faz acum. Adaptação = 0;
    gera um número aleatório t entre 0 e total de adaptação
    while (acum. Adaptação < t){
        acum. Adaptação = acum. Adaptação + adaptação (genótipo [i]);
        i++;
    }
    Se ( $E_{\text{cópia}}(\text{genótipo}[i]) > 0$ ) então {
        Selecciona (genótipo [i]);
        Ecópia (genótipo[i] --);
    }
}
```



Operadores genéticos



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- Após a selecção dos pais o acasalamento é efectuado através da aplicação dos operadores genéticos:
 - Crossover
 - Mutação
 - Cópia
 - Inversão

■ Algoritmo

Selecciona dois cromossomas pais para acasalamento

Procura o ponto de crossover k como um inteiro entre $[1, l-1]$, onde l é o comprimento do cromossoma. O ponto de crossover k é seleccionado aleatoriamente.

Para gerar um novo filho, todos os genes após a k_{th} posição são trocados entre os pais.





Operador de crossover



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- **A saída deste operador poderá ser:**
 - Dois filhos
 - O mais adaptado dos filhos
 - O filho com os genes até k do primeiro pai e os restantes genes do segundo
 - O inverso do caso anterior
 - Selecção aleatória de um dos dois filhos gerados



Operador mutação



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- A ideia básica da mutação é adicionar nova informação genética aos cromossomas.
- A mutação é especialmente importante quando os cromossomas da população, após um número de gerações, são muito similares e o GA está encravado num máximo local.
- O operador de crossover não adiciona nova informação para os cromossomas uma vez que só manipula a informação já presente na população.
- O caminho para introduzir nova informação é a alteração do valor de alguns genes, que é exactamente o que o operador mutação faz.

■ Algoritmo

Ciclo {

Determinar qual ou quais os genes devem ser mutados

Se um determinado gene é seleccionado para mutação então {

Selecciona novo valor para o gene a partir de um já presente. Todos os valores possíveis tem igual probabilidade para a selecção.

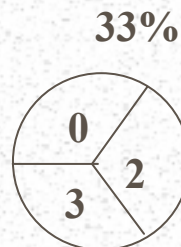
Troca o valor do gene

}

} Para cada cromossoma



↑
Gene a Mutar



Mutação



Operador cópia

- O operador cópia assegura que nem todos os cromossomas são manipulados em cada interacção do algoritmo genético, desta forma é preservada informação na próxima geração.





Avaliação



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- A função objectivo é aplicada a todos os cromossomas. A cada cromossoma é atribuído um valor de adaptação de acordo com a sua qualidade.
- O caminho óbvio para parar a execução de um algoritmo genético poderia ser esperar até que o óptimo fosse atingido, mas é difícil distinguir quando é que essa solução óptima é atingida. Para resolver este problema podem ser definidos alguns critérios de paragem:
 - Por especificação de um determinado número de iterações.
 - Quando o genótipo com maior valor de adaptação não é alterado durante um determinado número de gerações.
 - Quando a diferença entre a média e o valor de maior adaptação se mantém constante durante um determinado número de gerações.



Vantagens e desvantagens de GA



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

■ VANTAGENS

- Não é necessário conhecer nem calcular a derivada ou gradiente da função objectivo.
- Não é necessário elevado conhecimento do problema e da forma de o solucionar.
- Insensibilidade a mínimos locais.

■ DESVANTAGENS

- Possibilidade de convergência prematura.
- Possibilidade de não-convergência.
- Relativo peso computacional.



Escrita de algoritmos genéticos



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- Existem muitas e variadas “Toolboxes” ou mesmo “ambientes computacionais” para a escrita, teste e utilização de algoritmos genéticos.
- Vamos descrever sumária e parcialmente a GA Tbx desenvolvida na Universidade de Sheffield para o ambiente Matlab.



Funções da GA Tbx - I



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

- **Representação e inicialização de populações:**
 - **crtbp** criação de uma população de cromossomas binários.
 - **Crtrv** criação de uma população de cromossomas reais.
 - **bs2rv** descodificação de cromossomas binários em vectores de reais.
- **Cálculo da função objectivo:**
 - É externo ao algoritmo - depende da aplicação.
- **Cálculo da adaptação:**
 - **ranking** cálculo da adaptação com métodos lineares ou não-lineares.

A adaptação de cada indivíduo depende do valor individual da função objectivo, *no contexto da população.*



Funções da GA Tbx - I



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

■ Selecção de indivíduos para reprodução:

- **rws** amostragem estocástica com substituição.
- **sus** amostragem estocástica universal.

■ Operadores de recombinação:

- **xovsp** ponto simples.
- **xovdp** duplo ponto.
- **xovmp** multi-ponto.

■ Operadores de mutação:

- **mut** operador de mutação de baixo nível.
- **mutate** operador de mutação de alto nível.



Funções da GA Tbx - I



Escola de Engenharia
Universidade do Minho
Departamento de
Electrónica Industrial

■ Operador de reinserção:

- `reins` pode ser parametrizado para reinserção aleatória uniforme ou baseada na adaptação..